

RESUMO

Descreve-se a necessidade e a conveniência de um sistema flexível de equações para a expressão matemática da forma de troncos. A integração de uma função de forma assim definida deve permitir a obtenção de estimativas de volume para todo o tronco ou partes do mesmo, segundo limites diamétricos de utilização ou comprimento de toras. Comparativamente aos métodos tradicionais de cubagem e estimativas volumétricas, o valor de um sistema integrado para forma e volume não está necessariamente em uma melhor precisão, mas na sua flexibilidade.

1. INTRODUÇÃO

Nesta última década, a atividade florestal nas regiões centro e sul do Brasil tem sido caracterizada por uma rápida transição entre o extrativismo exploratório de matas nativas e cerrados, e o estabelecimento de extensas áreas com florestas plantadas para fins de produção. A política econômica em relação aos recursos naturais renováveis e o decorrente sistema de incentivos fiscais ao florestamento/reflorestamento são reflexos da preocupação governamental com o exaurimento de nossas reservas florestais.

Paralelamente, universidades, instituições de pesquisa e empresas têm manifestado um crescente esforço em experimentação florestal, considerando a definição de procedimentos operacionais que permitam decisões mais eficientes ao manejo de recursos florestais.

A investigação de métodos e alternativas para volumetria de espécies florestais é somente uma das áreas de pesquisa necessárias à plena execução de planos de manejo. Entretanto, nem por isto, menos prioritária. É com base no volume que se desenvolvem o comércio de madeira, os inventários florestais e o abastecimento da grande maioria das indústrias do setor.

Neste contexto, o uso de funções de forma de tronco assume significativa importância para os estudos envolvidos com a quantificação do volume de madeira quando são estabelecidos padrões de dimensão para a utilização do material lenhoso. Funções matemáticas de forma são também úteis na descrição analítica dos efeitos de diferentes espaçamentos, e intensidades de poda e desbaste sobre a forma dos troncos.

2. O PROBLEMA PARA A PESQUISA

De uma maneira geral, inventários florestais são executados com o objetivo de descrever a quantidade e a distribuição de madeira em uma área definida. Dentre os componentes de infor-

* Eng^o Florestal, Pesquisador da Unidade Regional de Pesquisa Florestal Centro Sul (PNPF/EMBRAPA/IBDF).

mação necessários à efetivação de um inventário, destaca-se a estimativa de volume de madeira por árvore e, para tanto, diferentes métodos de cubagem têm, tradicionalmente, sido utilizados.

Povoamentos florestais e as árvores que os integram, entretanto, não foram implantados e não estão em crescimento simplesmente para serem medidos e quantificados. No entanto, avaliações do potencial volumétrico de uma floresta ou de toda uma área florestal são extremamente importantes para a produção ordenada na economia de uma empresa e do país. A sociedade demanda produtos florestais de uma forma crescente e assim as florestas de produção têm o objetivo implícito de permitir a elaboração de algum produto. Por outro lado, a execução de um inventário florestal não acrescenta nada ao valor das árvores, mas tão somente possibilita uma quantificação do material sendo produzido, de uma forma adequada às metas pré-estabelecidas. Na realidade, um inventário significa um custo à produção florestal, e como tal, deve ser contabilizado junto aos demais valores no processo de produção. Antes porém, o seu custo deve ser minimizado, sem, entretanto, deixar de atender aos seus objetivos. Adicionalmente, as informações coletadas devem permitir a maior flexibilidade possível na manipulação e análise dos dados, bem como na sua interpretação.

A valorização crescente da madeira e a integração vertical dos processos de produção das indústrias florestais sugerem a adoção de procedimentos de amostragem e processamento de informações adequados à determinação de estimativas do volume de matéria-prima disponível em função da diversificação do seu uso. Desta forma, segundo DEMAERSCHALK (1973), em muitas situações torna-se desejável um sistema para forma e volume que possibilite estimar:

- volume total, por árvore, com e sem casca;
- volume comercial para vários critérios de utilização (diâmetro mínimo para descasamento e processamento mecânico, comprimento definido das toras);
- volume para qualquer porção definida do tronco;
- altura para um determinado diâmetro;
- diâmetro para uma determinada altura.

O sistema ideal deve ser simples, preciso e suficientemente flexível para permitir as estimativas de forma e volume de uma árvore, baseando-se somente no seu diâmetro à altura do peito ($d_{1,30}$) e altura total (h). Funções de forma de tronco são desenvolvidas com este propósito.

3. CONCEITUAÇÃO BÁSICA PARA UM SISTEMA DE FORMA E VOLUME

Forma de tronco, ou "taper", tem sido definida como o decréscimo em diâmetro da base de um tronco para a sua extremidade superior (FORD—ROBERTSON 1971, citado por LIU 1971). Uma função de forma é uma descrição matemática do perfil longitudinal de um tronco. Assumindo-se que a secção transversal seja circular em qualquer ponto ao longo do tronco, o seu volume pode ser obtido por integração daquela função.

Suponha-se um tronco com altura total h e cuja forma (raio posicional) possa ser definida como uma função $r_i = F(h_i, r_{1,30}, h)$ onde: r_i é o raio estimado em uma posição h_i de um tronco com raio à altura do peito $r_{1,30} = d_{1,30}/2$ e, altura total h (Fig. 1).

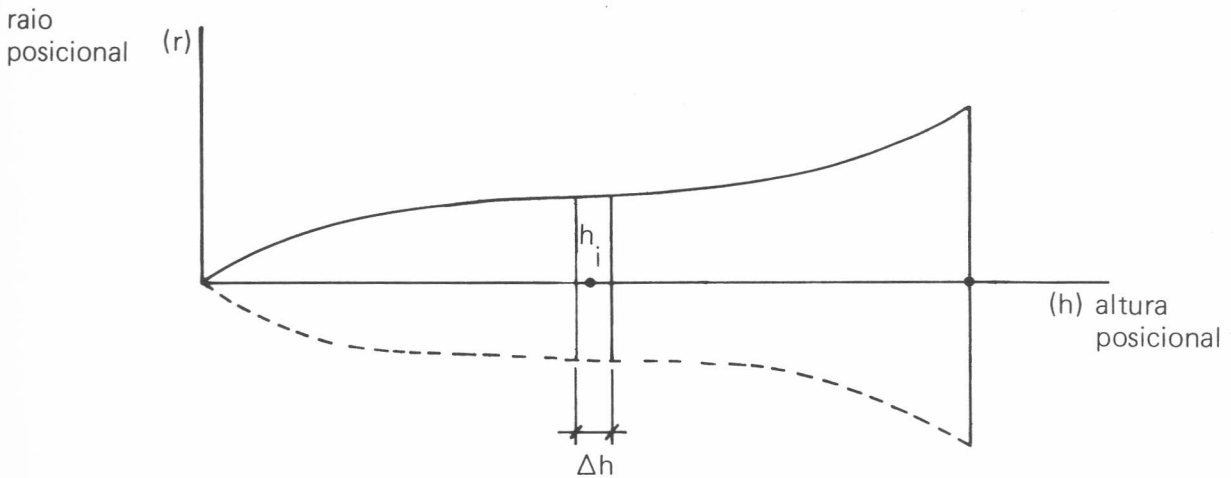


FIG. 1 — Representação gráfica da função de forma de um tronco hipotético.

O volume de uma secção transversal na posição h_i é obtido por $v_i = \pi \cdot r_i^2 \cdot \Delta h$. O volume total do tronco será o somatório de várias secções transversais com espessura Δh . Se forçarmos a magnitude de Δh a assumir um valor infinitamente pequeno ($\Delta h \rightarrow 0$) estaremos então tratando com o limite do somatório. Para o cálculo do volume nestas condições, entretanto, ao invés de obter o quadrado de r_i , deve-se proceder ao quadrado da função de forma.

$$V_{\text{TOTAL}} = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \left[\sum_{i=1}^n \pi \cdot [F(h_i, r_{1,30}, h)]^2 \cdot \Delta h \right] \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Desta maneira, o tronco de uma árvore é geometricamente analisado como sendo um sólido de revolução cujo volume pode ser estimado pela avaliação de uma integral definida:

$$V_{\text{TOTAL}} = \int_0^h \pi [F(h_i, r_{1,30}, h)]^2 dh \quad (\text{Eq. 3.2})$$

$$V_{\text{TOTAL}} = \pi \int_0^h [F(h_i, r_{1,30}, h)]^2 dh \quad \text{Eq. 3.3}$$

onde:

V_{TOTAL} = volume total, quando os limites de integração são o ápice do tronco (0) e a altura total (h).

$F(h_i, r_{1,30}, h)$ = função de forma com a qual estima-se raios em posições h_i ao longo de um tronco com diâmetro à altura do peito $d_{1,30}$, e altura total h. (Se a função de forma estimar diâmetros posicionais, deve-se utilizar a constante $\pi/4$ no processo de integração.)

A fim de ilustrar a expressão da forma de tronco com modelos matemáticos, cita-se abaixo duas funções cujo ajustamento satisfatório tem sido observado com freqüência por diversos investigadores.

PRODAN (1965) sugeriu uma função polinomial que foi posteriormente aplicada com sucesso por SCHOEPFER, (1966), PETERS (1971) e PELLICO NETTO (1979). O modelo proposto por aquele autor é:

$$\frac{d_i}{d_{0,1}} \triangleq b_0 + b_1 \frac{h_i}{h} + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + b_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 + b_5 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5 \quad (\text{Eq. 3.4})$$

onde $d_{0,1}$ é o diâmetro medido a 1/10 da altura total de uma árvore e as demais variáveis têm o mesmo significado que nas equações anteriores. A estimativa dos coeficientes de regressão é expressa por b_0, b_1, \dots, b_5 .

KOZAK et al (1969) introduziram modificações em uma função polinomial proposta por MUNRO (1968). O modelo modificado resume-se em:

$$\frac{d^2}{d_{1,30}^2} = b_1 \left(\frac{h_i}{h} - 1\right) + b_2 \left(\frac{h_i^2}{h} - 1\right) \quad (\text{Eq. 3.5})$$

Após avaliar o ajuste de uma função de forma a um conjunto de dados, estimativas de volume podem ser obtidas por integração daquela função.

4. FLEXIBILIDADE NO USO DE UM SISTEMA PARA FORMA E VOLUME

Alterando-se os limites de integração na equação 3.3, pode-se determinar estimativas do volume contido entre dois pontos quaisquer ao longo do tronco. Assim, volumes comerciais poderão ser estimados obedecendo a limitações sobre o comprimento das toras. Um sistema para forma e volume, no entanto, deve ser flexível também no sentido de que o mesmo modelo matemático permita uma reorganização das variáveis envolvidas, a fim de estimar volumes entre dois limites diamétricos.

Uma concepção esquemática do uso prático de funções de forma é apresentada com a Fig. 2. Embora a complexidade existente na definição de uma função de forma, os benefícios de um sistema analítico compatível para forma e volume são evidentes: quantificar estimativas do volume de matéria-prima, produtos e resíduos, antes do abate das árvores. À esta simulação pode-se submeter diversas alternativas para comercialização, traçamento e corte, procurando-se desta forma, otimizar a utilização de uma árvore e, em paralelo, de toda uma floresta, a fim de tornar todo o processo produtivo mais eficiente.

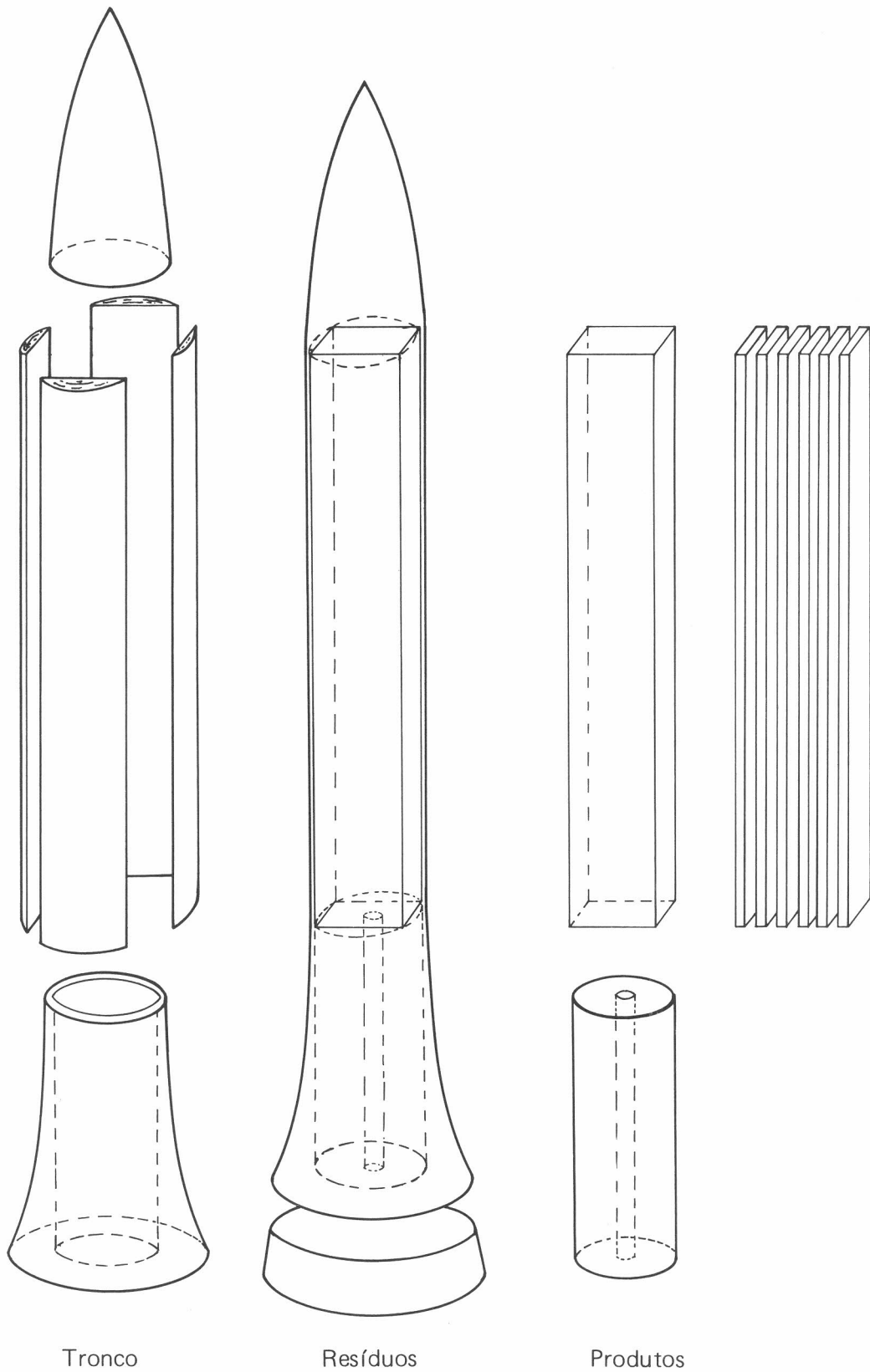


FIG. 2 – Representação esquemática da utilização do tronco de uma árvore.

5. ANTECEDENTES E PERSPECTIVAS

Os estudos de GROSENBAUH (1966), KOZAK et al. (1969) e CAO (1978), indicam que a dificuldade encontrada por muitos investigadores tem sido a definição de uma função de forma adequada. O tronco de árvores pode assumir formas diversas e, por vezes, torna-se muito complexo descrever toda a variabilidade de forma com um único modelo. Uma análise compreensiva do conceito biológico da forma de tronco e suas interações com fatores do ambiente é apresentada por LARSON (1963). STERBA (1980) apresenta uma revisão crítica de um grande número dos modelos matemáticos sugeridos em literatura. Apesar das dificuldades e problemas associados com a definição matemática da forma de tronco, os estudos têm continuado. Tal definição é necessária especialmente com o advento das técnicas de utilização integrada de um tronco.

A investigação de expressões matemáticas para forma de tronco no Brasil é recente. Analisando-se a literatura, observa-se as contribuições de VEIGA (1976), SILVA (1976), HOSOKAWA (1976), HOSOKAWA (1978), FUPEF (1978), COUTO (1977), PELLICO NETTO (1979), BURGER et al. (1980), AHRENS (1980), PELLICO NETTO (1980) e SILVA et al. (1980). Alguns destes estudos foram desenvolvidos para a obtenção de títulos em cursos de pós-graduação. Atualmente constata-se, entretanto, a aplicação prática de modelos para forma de tronco em inventários florestais. Adicionalmente, a julgar pelas necessidades do manejo de recursos florestais no Brasil, acredita-se em um fortalecimento dos esforços direcionados na aplicação desta técnica em investigações da forma e do volume de troncos.

REFERÊNCIAS

- AHRENS, S. **A mathematical expression of stem form and volume for loblolly pine in southern Brazil.** Stillwater, Oklahoma State University, 1980. 59p. Tese Mestrado.
- BURGER, D.; HOSOKAWA, R.T. & MACHADO, S.A. Desenvolvimento da forma de **Araucaria angustifolia** (Bert.) O. Ktze. In: IUFRO MEETING ON FORESTRY PROBLEMS OF THE GENUS ARAUCARIA, 1., Curitiba, 1979. **Forestry problems of the genus Araucaria.** Curitiba, FUPEF, 1980. p.320-9.
- CAO, Q. V. **Prediction of cubic-foot volume of loblolly pine to any top diameter limit and to any point on tree bole.** Blacksburg, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1978. 68p. Tese Mestrado.
- COUTO, H. T. Z. do. **Volume and dry weight prediction with auterale utilization standards for five hardwood species in the southeastern United States.** Raleigh, North Carolina State University, 1977. 84p. Tese Doutorado.
- DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Can. For. Res.**, 3(1):90-4, 1973.
- FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS DO PARANÁ. **Inventário florestal do pinheiro no sul do Brasil.** Curitiba, FUPEF, 1978. 327p.
- GROSENBAUCH, L. R. Tree form: definition, interpolation, extrapolation. **For. Chron.**, 42(4): 444-57, 1966.
- HOSOKAWA, R. T. Utilização racional dos pinheiros nativos. **Floresta**, 9(1):24-6, 1978.
- KOZAK, A.; MUNRO, D.D. & SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **For. Chron.**, 45(4):278-83, 1969.
- LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **Forest Science. Monograph**, (5):1-42, 1963.
- LIU, C. J. **Multivariate taper function of loblolly pine.** Baton Rouge, Louisiana University and Agr. Mech. College, 1973. 53p. Tese Mestrado.
- MUNRO, D. D. **Methods for describing distribution of soundwood in mature western hemlock trees.** Vancouver, University of British Columbia, 1968. 180p. Tese Doutorado.

PELLICO NETTO, S. **Die Forstinventuren in Brasilien. Neue Enturicklungen und ihr Beitrag, für eine geregelte Forstwirtschaft.** Freiburg, Albert Ludwigs Universität, 1979. 95p. Tese Doutorado.

———. Estimativas volumétricas de árvores individuais: síntese teórica. **Floresta**, **11**(2):63-73, 1980.

PETERS, R. **Konstruktion eines Massentatemodells dargestellt am Beispiel der Baumart Araucaria araucana (Mol.) C. Hoch.** Freiburg, Forstwissenschaftlichen Fakultät der Albert Ludwigs, 1971. 95p. Tese Doutorado.

PRODAN, M. **Holzmesslehre.** Sauerlanger's Verlag Frankfurt am Main, 1965. 644p.

SCHOEPFER, W. Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung Stehender Waldbestände. Schriftenreihe Bad. **Würtl Forstl. Vers. Bol.** (21), 1966.

SILVA, J. A. da. **Schaftkurvenuntersuchungen an Fichte, Tanne, Rotkieter und Pechkieter.** Wien, Universität Badenkultur, 1976. Tese Doutorado.

———; SCHNEIDER, P.R. & BRENA, D.A. Funções de forma dos troncos do pinheiro brasileiro (**Araucaria angustifolia** (Bert.) O. Ktze. In: IUFRO MEETING ON FORESTRY PROBLEMS OF THE GENUS ARAUCARIA, 1., Curitiba, 1979. **Forestry problems of the genus Araucaria.** Curitiba, FUPEF, 1980. p.360—3.

STERBA, H. Stem curves: a review of the literature. **Forestry Abstracts**, **41**(4):141-5, 1980.

VEIGA, A. A. Determinação prévia do taper em espécies do grupo das folhosas e resinosas. **Brasil Florestal**, **7**(28):39-41, 1976.