

energia derivado da função Weibull. *Revista Árvore*, Viçosa, 14(2):102-118, 1990.

3. MURPHY, P.A. e FARRAR, R.M. Basal area projection equations for thinned natural even-aged forest stands. *Canadian Journal Forest Research*. Ottawa, 18:827-832, 1988.

4. SCOLFORO, J.R.S. Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização da remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Curitiba, UFPR, 1990. 290 p. (tese de doutorado)

5. SCOLFORO, J.R.S. Um modelo de crescimento para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* sujeito a desbastes. *Revista Árvore*, Viçosa, 16(2):144-156, 1992.

6. TREVISOL JR, T.L. Análise de um modelo compatível de crescimento e produção em plantações de *Eucalyptus grandis* (W. Hill ex-Maiden). Viçosa, UFV, 1985. 74 dsp. (tese de mestrado).

## ANÁLISE DO PERFIL DO TRONCO DE MOROTOTÓ (*Didymopanax morototonii*) EM FUNÇÃO DO ESPAÇAMENTO

**Silvana Lages Ribeiro Garcia**

*Eng. Florestal. Soc. Inv. Flor., DEF/UFV, Viçosa/MG*

**Helio Garcia Leite.**

*DEF/UFV, Viçosa/MG*

**Jorge Alberto Gazel Yared.**

*CPATU/EMBRAPA, Belém, Pará*

### RESUMO

Foram ajustados quatro modelos de "taper" para descrição do perfil (forma) do tronco de morototó, plantado nos espaçamentos 3x2, 3x3, 3x4 e 4x4 m. O ensaio foi instalado em Belterra, no Planalto do Tapajós, Estado do Pará, num delineamento em blocos casualizados, com quatro repetições e quatro tratamentos (espaçamentos). As parcelas, de 45 x 60 m, foram idênticas para os quatro espaçamentos, e a coleta de dados consistiu da medição do diâmetro ao longo do tronco de 362 árvores-amostra, assim distribuídas: 96, 99, 81 e 86, respectivamente, para cada espaçamento. Para a cubagem rigorosa, foram tomadas as medidas dos diâmetros a cada 2,0 m. Os modelos ajustados foram: o de Kozak, o de Demaerschalk, o de Guimarães e Leite, e uma modificação do modelo de Kozak. Melhores resultados foram obtidos com o modelo modificado e com o modelo de Guimarães e Leite; o primeiro, forneceu estimativas muito precisas dos diâmetros ao longo do tronco, para os quatro espaçamentos.

### 1. INTRODUÇÃO

Modelos matemáticos para descrever o perfil de troncos de árvores são ferramentas importantes na obtenção de estimativas mais realísticas do volume de partes do tronco. Revisando a literatura sobre o assunto, GUIMARÃES e LEITE (1992) encontraram que, dentre os principais modelos empregados, incluem-se: os modelos polinomiais, os modelos sigmoidais, os modelos segmentados, e os modelos definidos por análise multivariada.

As técnicas de modelagem empregadas para descrição do perfil de troncos vêm sendo utilizadas correntemente em países de maior tradição florestal (KOZAK, 1969; DEMAERSCHALK, 1972 e BIGING, 1984). No Brasil, os estudos já desenvolvidos nesse campo referem-se a espécies introduzidas, entre os quais podem ser mencionados: o trabalho de CAMPOS e RIBEIRO (1982), onde foram avaliados dois modelos de "taper" para árvores de *Pinus patula*; o de CAMPOS, LEITE e SOUZA (1990), que tratou da classificação de árvores de eucalipto para postes; e o de GUIMARÃES e LEITE (1992), quando foi proposto e ajustado um novo modelo de "taper", utilizando-se dados de eucalipto.

Com o objetivo de ampliar os conhecimentos para outras espécies florestais, no presente estudo foram ajustados e comparados os modelos de Kozak, de Demaerschalk, de Guimarães e Leite e uma modificação do modelo de Kozak, utilizando-se dados de morototó (*Didymopanax morototonii*). Estas árvores foram provenientes de plantações localizadas em Belterra, no Planalto do Tapajós, Pará. Esta espécie apresenta grande potencialidade silvicultural para reflorestamento, devido ao seu rápido crescimento, o que tem sido comprovado em diferentes pesquisas desenvolvidas na Amazônia (FAO, 1971; KNASHIRO e YARED, 1971; SUDAM, 1979). Sua madeira é fácil de trabalhar, com uma densidade entre 0,55 e 0,60 g/cm<sup>3</sup> (LOUREIRO et alii, 1979). Outra característica importante desta espécie é o fuste retilíneo, geralmente desprovido de ramificações persistentes.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Caracterização dos Dados

Os dados utilizados neste estudo provêm de um experimento instalado em uma área pertencente ao Centro de Pesquisa Agroflorestal da Amazônia Oriental (CPATU), da Embrapa, na localidade de Belterra, no Planalto do Tapajós, Estado do Pará. Nesse experimento, foi adotado um modelo de blocos casualizados, com quatro tratamentos (espaçamentos 3x2, 3x3, 3x4 e 4x4 m), e quatro repetições, utilizando-se parcelas de 2700 m<sup>2</sup>. Um total de 362 árvores, com idade de 10 anos, provenientes deste experimento, com diâmetros entre 15 e 33 cm e altura entre 7 e 17 m, foi utilizado para efeito de análise. Uma vez que este estudo é apenas parte do experimento descrito, as árvores não puderam ser abatidas para a cubagem rigorosa; assim, elas foram cubadas ainda em pé, com medição do diâmetro com casca a cada 2,0 m ao longo do tronco. Mediu-se, também, a altura até o início da inserção dos galhos (Ht).

### 2.2. Ajuste e Comparação dos Modelos de "Taper"

De posse dos dados da cubagem rigorosa, das árvores de todos os espaçamentos, foram ajustados os seguintes modelos:

(1) Modelo de Kozak:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 (h/HT) + \beta_2 (h/HT)^2 + e$$

(2) Modelo de Demaerschalk:

$$Y = 10 \frac{2\beta_0}{DAP} \frac{2\beta_1 - 2}{L} \frac{2\beta_2}{Ht} + e$$

(3) Modelo de Guimarães e Leite:

$$d = \beta_0 DAP e^{\frac{[1 - e^{(1.3-h)}]}{[(Ht-h)/(Ht-1.3)]}} + e$$

(4) Modelo de Kozak Modificado

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{h/HT} + \beta_2 (h/HT) + e,$$

onde:

$$Y = (d/DAP)^2;$$

d = diâmetro com casca ao longo do tronco, em cm;

DAP = diâmetro a 1,30 m, em cm;

h = altura onde o diâmetro d é medido, em m;

Ht = altura até o início da copa, em m;

L = distância do topo da árvore até o ponto onde o diâmetro d é medido, em m;

$\beta_i$ , com i = 0, 1, 2 e 3 = parâmetros;

e = erro aleatório;

Com o propósito de selecionar o melhor modelo geral, para estimar o diâmetro ao longo do tronco, independente do espaçamento, procedeu-se análises gráficas dos resíduos entre os diâmetros (d) observados e estimados pelas equações oriundas dos ajustes dos modelos 1 a 4. Utilizou-se também como critério de seleção os coeficientes de determinação múltipla.

Uma vez definido o melhor modelo geral, aventou-se sobre a necessidade de ajustá-lo por espaçamento. Para esta verificação, optou-se ainda, pelas análises gráficas dos resíduos; assim, o modelo escolhido foi ajustado para cada espaçamento e as distribuições dos resíduos obtidas foram comparadas com aquelas obtidas a partir do modelo geral.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As equações obtidas utilizando-se os dados dos quatro espaçamentos são apresentadas no Quadro 1. Analisando os valores dos coeficientes de determinação incluídos neste quadro, observa-se que a equação de Kozak Modificada é a melhor, quando comparada com a de Demaerschalk e com a de Guimarães e Leite. Contudo, como o interesse maior é a estimação dos diâmetros ao longo do tronco (d), as quatro equações foram utilizadas para estimar estes diâmetros d, e estes foram comparados com os valores observados. Esta comparação foi feita graficamente, conforme apresentado na Figura 1 (a-d).

QUADRO 1 - Equações e coeficientes de determinação múltipla obtidas a partir do ajuste dos modelos de Kozak (1), de Demaerschalk (2), de Guimarães e Leite (3) e de Kozak Modificada (4)

$$(1) Y^{\wedge} = 1,4009 - 3,0927(h/Ht) + 2,230(h/Ht)^2 \\ R^2 = 0,857; QMR^* = 0,0241$$

$$(2) Y^{\wedge} = 10^{2(0,25076)} DAP^{2(1,027198)-2} L^{2(0,44076)} Ht^{2(-0,6921)} \\ R^2 = 0,868$$

$$(3) d^{\wedge} = 0,91865 \cdot DAP \cdot e^{\frac{[1 - e^{(1.3-h)}]^{-0,10271}}{\left(\frac{Ht-h}{Ht-1.3}\right)}} \cdot 0,26862 \\ R^2 = 0,924$$

$$(4) Y^{\wedge} = 1,5405 - 2,3692 \sqrt{h/Ht} + 1,2007(h/Ht) \\ R^2 = 0,945; QMR = 0,0093$$

\* QMR = quadrado médio do resíduo

Analisando os resultados apresentados na Figura 1 (a-d), verifica-se que as equações de Kozak Modificada (4) e de Guimarães e Leite (3) forneceram estimativas mais precisas do diâmetro com casca ao longo do tronco (d), quando comparadas com as outras duas equações. Verifica-se também não haver nenhum tipo de tendência nas estimativas de diâmetro obtidas a partir destas duas equações.

Embora os resultados obtidos pelo emprego das equações 3 e 4 tenham sido semelhantes, optou-se pelo uso da equação 4, de Kozak Modificada. Esta decisão foi tomada com base no seguinte fato: o modelo de Guimarães e Leite, foi desenvolvido originalmente de forma a atender às pressuposições usuais dos modelos de "taper". Uma dessas pressuposições diz que: o diâmetro estimado para uma altura comercial (h) igual à altura total da árvore é zero. Ocorre que, no caso específico deste estudo, a altura utilizada refere-se à distância do solo até o início da copa, onde o diâmetro, de fato, é maior do que zero; portanto, as equações oriundas do ajuste do modelo de Kozak e de Kozak Modificado oferecem um enfoque mais lógico.

É importante ressaltar que a forma original do modelo de Guimarães e Leite, para estimação do diâmetro com casca, não inclui a constante  $\beta_0$ . Nesse caso, outra pressuposição dos modelos de "taper" é satisfeita, ou seja, o diâmetro estimado com casca, d, é igual ao DAP quando a altura comercial for igual a 1,30 m. A relação funcional utilizada neste estudo, incluindo o termo  $\beta_0$ , foi proposta por GUIMARÃES e LEITE (1992) para estimar o diâmetro sem casca. Outra consideração importante refere-se ao modelo de Kozak: o pior resultado obtido com este modelo pode ser devido ao tipo de altura utilizada; ocorre que, neste modelo, altura refere-se à altura total da árvore, o que não ocorreu neste estudo.

Uma vez escolhida a equação oriunda do ajuste do modelo modificado, aventou-se sobre a necessidade do emprego de equações se-

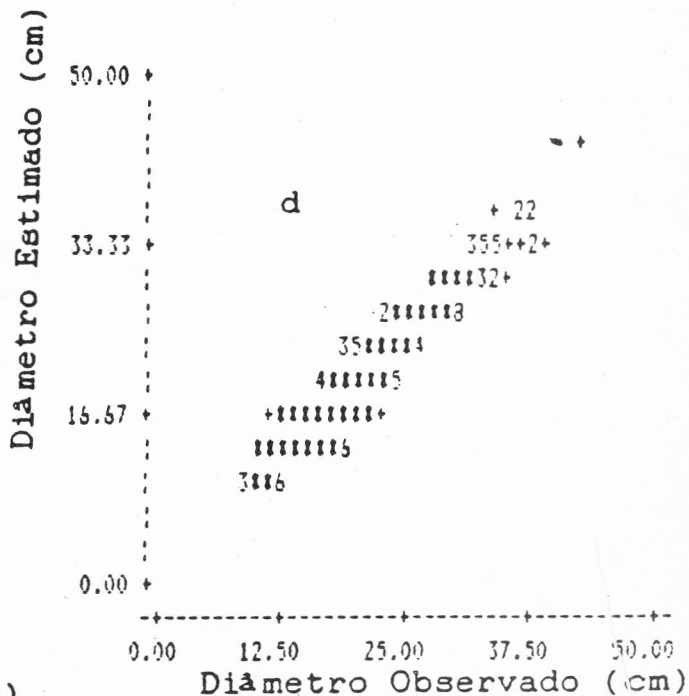
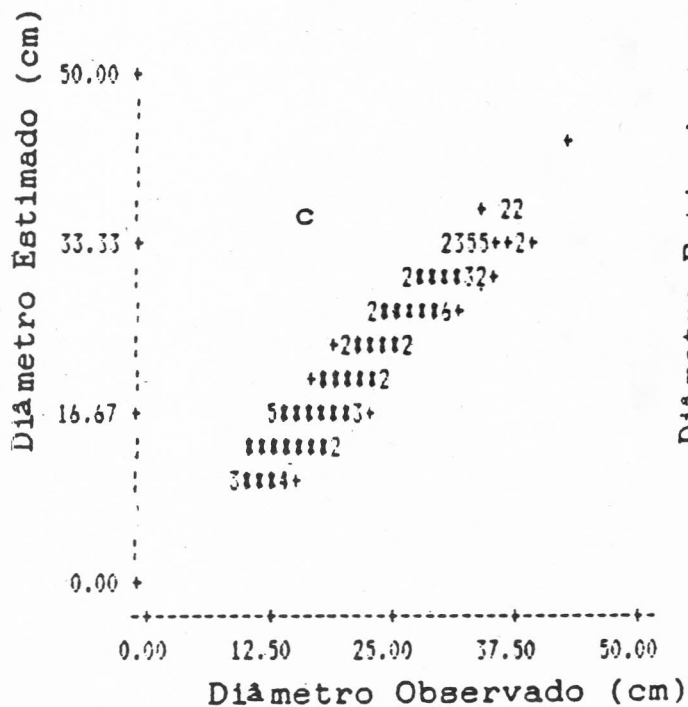
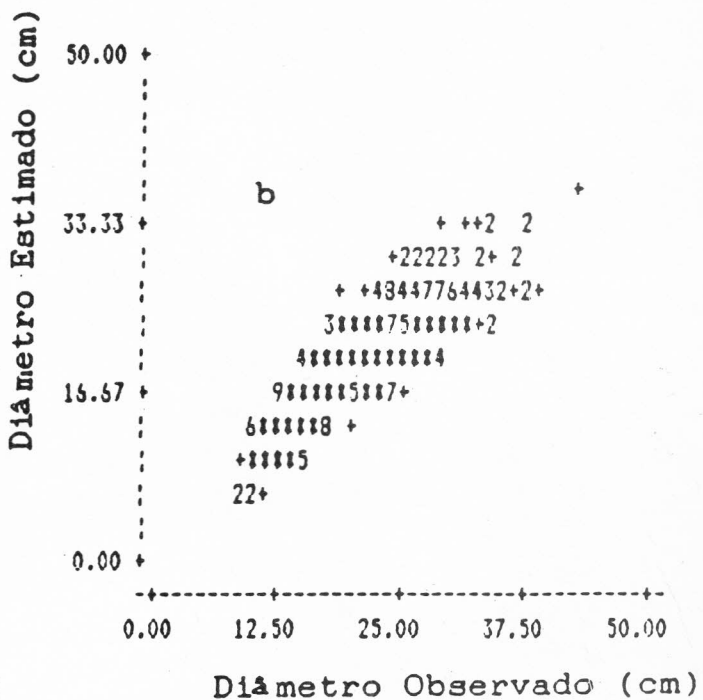
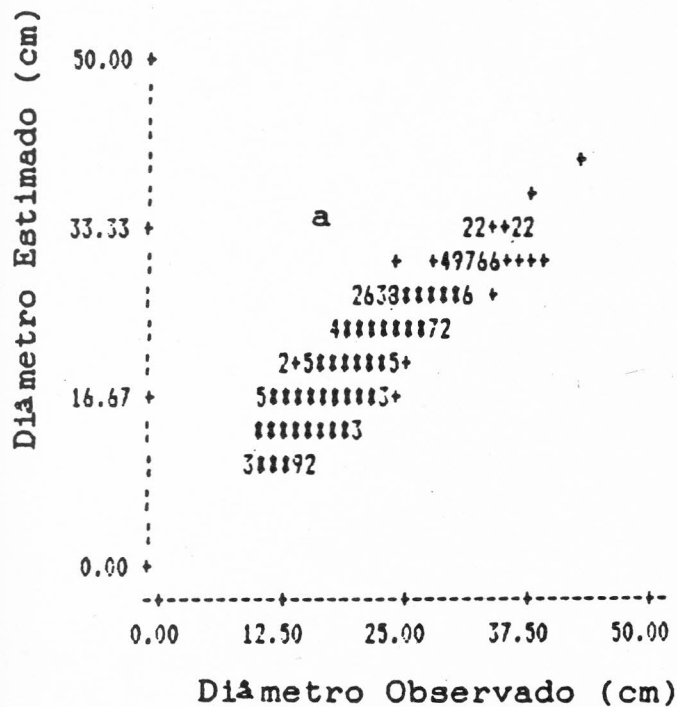


FIGURA 1 - Diâmetro com casca observado em relação ao diâmetro estimado pelas equações obtidas a partir do ajuste dos modelos de Kozak: (a), de Demaerschalk (b), de Guimarães e Leite (c) e de Kozak Modificado (d)

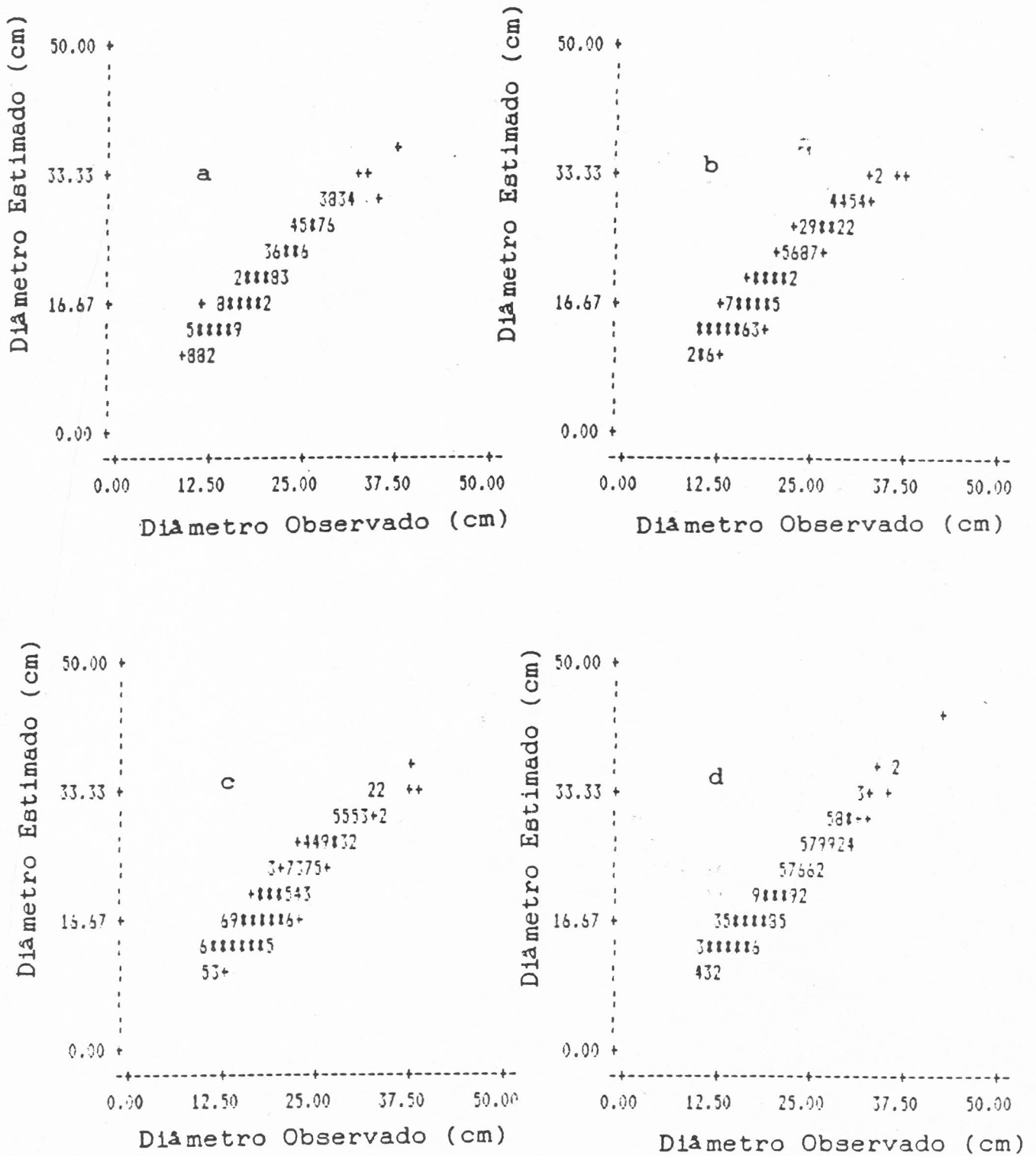


FIGURA 2 - Diâmetro com casca observado em ralação ao diâmetro estimado pela equação obtida a partir do ajuste do modelo de Kozak Modificado, aos dados agrupados de todos os espaçamentos, para os espaçamentos 3x2 (a), 3x3 (b), 3x4 (c) e 4x4 m (d).

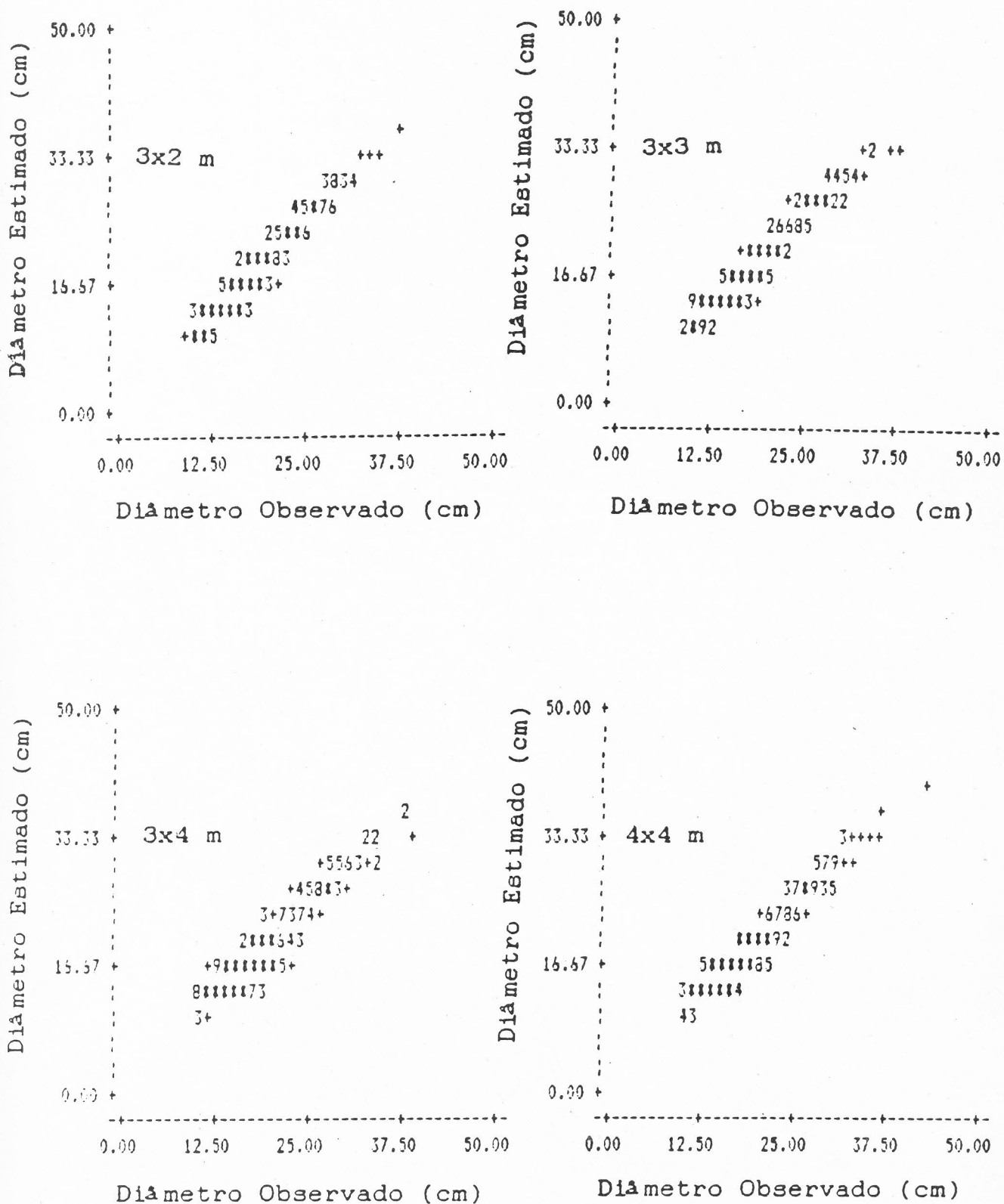


FIGURA 3 - Diâmetro com casca observado em ralação ao diâmetro estimado pela equação obtida a partir do ajuste do modelo de Kozak Modificado, por espaçamento, para os espaçamentos 3x2, 3x3, 3x4 e 4x4 m

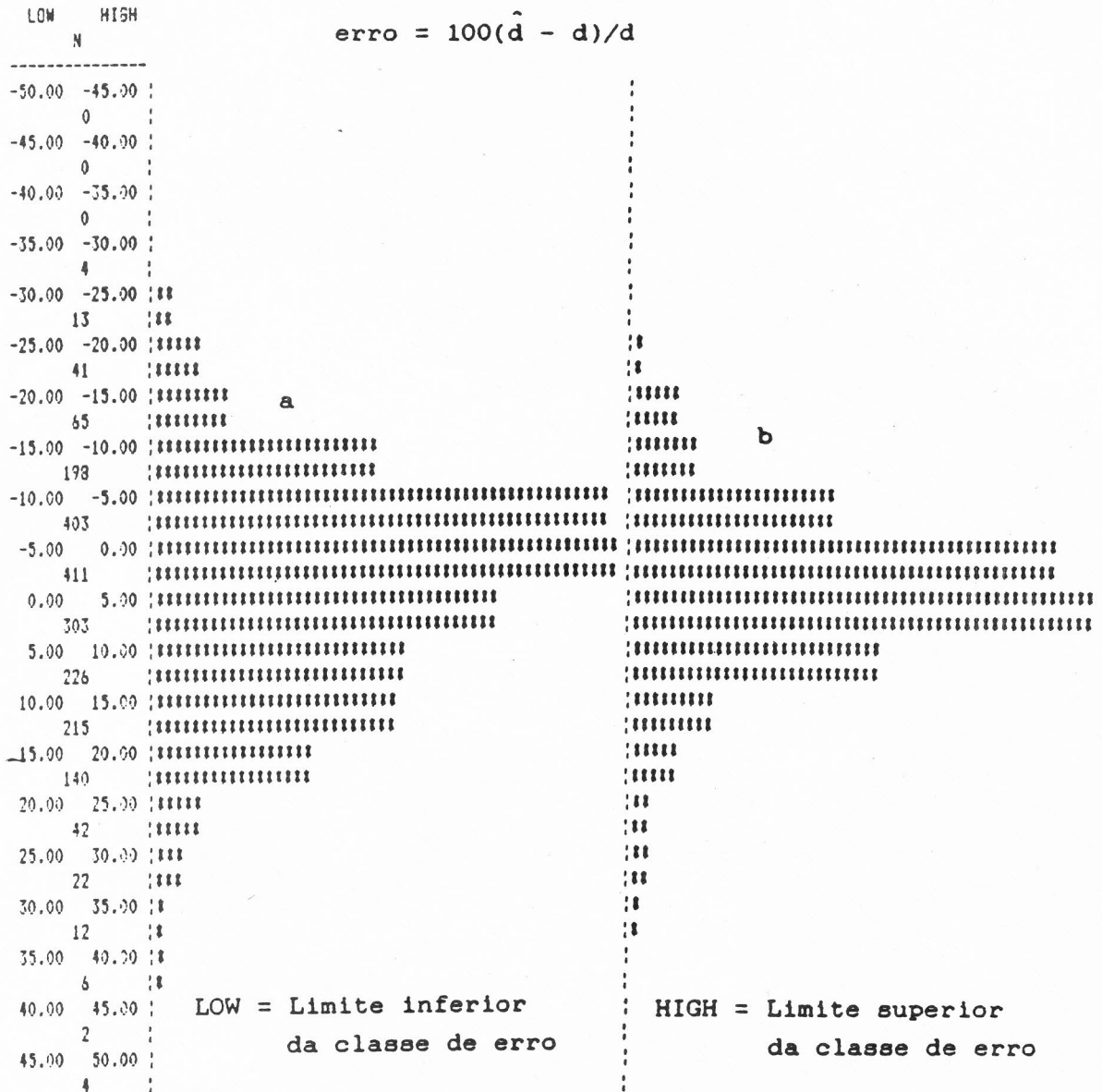


FIGURA 4 - Distribuição dos desvios percentuais a partir da aplicação das equações de Kozak (a) e de Kozak Modificada (b).



paradas por espaçamento. Para esta verificação, optou-se, ainda, pela análise de resíduos entre valores observados e estimados de d. Assim, o modelo foi ajustado para cada espaçamento, fornecendo os resultados apresentados no Quadro 2.

QUADRO 2 - Equações obtidas a partir do ajuste do modelo de Kozak Modificado, aos dados dos espaçamentos 3x2, 3x3, 3x4 e 4x4 m

Espaçamento	Equação	R <sup>2</sup>	Casos
3 x 2	$Y = 1,5426 - 2,4114 \sqrt{h/Ht} + 1,2272(h/Ht)$	0,966	592
3 x 3	$Y = 1,5536 - 2,4013 \sqrt{h/Ht} + 1,1876(h/Ht)$	0,953	590
3 x 4	$Y = 1,5559 - 2,4320 \sqrt{h/Ht} + 1,2889(h/Ht)$	0,921	454
4 x 4	$Y = 1,5053 - 2,1629 \sqrt{h/Ht} + 1,0253(h/Ht)$	0,942	492

As equações independentes por espaçamento (Quadro 2), bem como a equação geral (equação 4 do Quadro 1), foram utilizadas para estimar o diâmetro d ao longo do tronco de todas as 362 árvores. De posse dessas estimativas, elaborou-se as Figuras 2 e 3, onde são apresentadas as análises gráficas dos resíduos por espaçamento.

Analisando-se os resultados das Figuras 2 e 3 (adiante), verifica-se que a equação geral (equação 4 do Quadro 1), ajustada com os dados agrupados dos quatro espaçamentos, mesmo quando aplicada por espaçamento, forneceu estimativas mais precisas e consistentes dos diâmetros d. Esta maior precisão é verificada ao traçar uma reta, a 45°, passando pela origem, e observando-se a concentração dos dados em torno desta reta. Quanto mais concentrados estiverem os pontos, maior a precisão. Pode-se verificar, ainda, se existe algum tipo de tendência nas estimativas, o que não ocorreu em nenhum caso. Selecionou-se, portanto, a equação oriunda do ajuste do modelo de Kozak Modificado, aos dados agrupados dos quatro espaçamentos.

Um resultado importante desse estudo refere-se ao ganho de precisão, ao ajustar o modelo de Kozak Modificado em substituição ao modelo original de Kozak. Além do maior coeficiente de determinação, 0,857 para o original e 0,945 para o modificado, os desvios

percentuais foram mais concentrados, em torno de +5%, ao adotar tal modelo; e ainda, a distribuição destes desvios se aproximou mais da normal, o que é desejável (Figura 4).

### 3.1. Aplicações do Modelo

Modelos de "taper", tais como os que foram testados nesse estudo, podem ser utilizados para diversos propósitos, por exemplo: estimação do diâmetro ao longo do tronco; estimação da altura até um específico diâmetro superior comercial; e estimação do volume de madeira, em uma mesma árvore, para multiprodutos. Visando demonstrar a eficiência do modelo de Kozak Modificado, a equação 4 do Quadro 1, oriunda do ajuste desse modelo, foi utilizada para estimar o volume de todas as 362 árvores, e estes, foram comparados com os valores observados da cubagem rigorosa. Os resultados evidenciaram não haver tendenciosidade nas estimativas de volume (Figura 5).

## 4. CONCLUSÕES

De posse dos resultados deste estudo, concluiu-se que:

a) o modelo de Kozak Modificado mostrou-se mais eficiente para estimar diâmetros superiores em árvores de morototó, para os quatro espaçamentos utilizados; as estimativas foram precisas e não-tendenciosas;

b) uma mesma equação de "taper", obtida a partir do ajuste do modelo de Kozak Modificado, pode ser utilizada para estimar os diâmetros ao longo do tronco de árvores de morototó, independente do espaçamento, considerando-se árvores pertencentes às classes de DAP e de altura consideradas neste estudo;

c) o modelo de Guimarães e Leite, devido às suas propriedades, que são desejáveis em um modelo de "taper", deve ser utilizado, de preferência, empregando-se a altura total das árvores e, certamente, proporcionará estimativas precisas e não tendenciosas. Por isso, este modelo deve ser testado, para árvores de morototó, porém, utilizando-se a altura total como variável independente.

## 5. LITERATURA CITADA

BIGING, G.S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. *Forest Science*, vol. 30, num. 4, p.1103 - 1117. 1984.

CAMPOS, J.C.C. e RIBEIRO, J.C. Avaliação de dois modelos de "taper" em árvores de *Pinus patula*. *Revista Árvore*, vol. 6, num. 2, p.140-149. 1982.

CAMPOS, J.C.C., LEITE, H.G. e SOUZA, R.N. de. Classificação de árvores de eucalipto para postes. In: 6º Congresso Florestal Brasileiro. Campos do Jordão, São Paulo, 22 a 27 de setembro de 1990. p. 72-77.

DEMAERSCHALK, J.P. Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, vol. 18, num. 3, p.241- 245. 1972.

FAO. Silvicultural research in the Amazon. Roma, 1971, 171 p.(FO: SF/BRA-4. Technical REport, 3).

GUIMARÃES, D.P. e LEITE, H.G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. *Revista Árvore*, vol. 16, num. 2, p.170-180. 1992.

KNASHIRO, M. e YARED, J.A.G. Experiências com plantios florestais na Bacia Amazônica. In: O Desafio das Florestas Neotropicais. Curitiba, 1991. p.117-137.

LOUREIRO, A.A., SILVA, M.F. e ALENCAR, J.C. Essências madeiras da Amazônia. Manaus, INPA, 1979, vol. 1 e 2.

SUDAM. Pesquisas e informações sobre espécies florestais da Amazônia. Belém, 1979. 111 p.

KOZAK, A., MUNRO, D.D. e SMITH, J.G.H. Taper function and their application in forest inventory. *Forestry Chronicle*, vol. 45, num. 4, p.278-283. 1969.

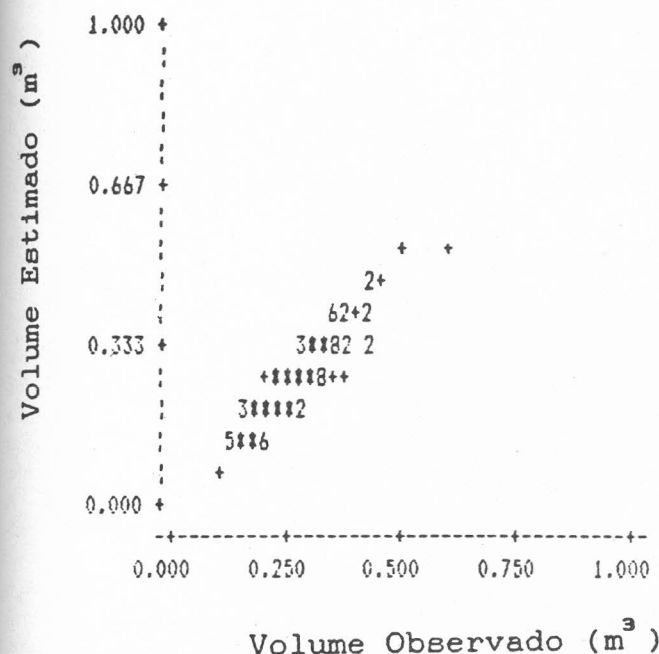


FIGURA 5 - Volumes com casca observados e estimados pela equação geral de Kozak Modificada.