

# Comparação entre Agregações Aritméticas e Geométricas de Índices de Pertinência a Fronteiras de Eficiência Difusas

**João Carlos Correia Baptista Soares de Mello, Annibal Parracho Sant'Anna**

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense  
Rua Passo da Pátria 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ  
E-mail: [gmajcsm@vm.uff.br](mailto:gmajcsm@vm.uff.br), [tppaps@vm.uff.br](mailto:tppaps@vm.uff.br)

**Eliane Gonçalves Gomes**

Embrapa Monitoramento por Satélite  
Av. Dr. Júlio Soares de Arruda 803, Parque São Quirino, 13088-300, Campinas, SP  
E-mail: [eliane@cnpm.embrapa.br](mailto:eliane@cnpm.embrapa.br)

**Lidia Angulo Meza**

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Veiga de Almeida  
Rua Ibituruna 108, 4º andar, Maracanã, 20271-020, Rio de Janeiro, RJ  
E-mail: [lidia\\_a\\_meza@yahoo.com](mailto:lidia_a_meza@yahoo.com)

**Luiz Biondi Neto**

Departamento de Engenharia Eletrônica e Telecomunicações, Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Rua São Francisco Xavier 524, Bl. A, Sala 5036, Maracanã, 20550-900, Rio de Janeiro, RJ  
E-mail: [lbiondi@uerj.br](mailto:lbiondi@uerj.br)

Existem duas abordagens para a determinação da eficiência de unidades tomadoras de decisão (DMUs): a Análise Envoltória de Dados (DEA) e a Análise da Fronteira Estocástica (SFA). A abordagem DEA é caracterizada por permitir a análise de cada DMU envolvendo múltiplas entradas (*inputs*) e múltiplas saídas (*outputs*) que não incorporem incertezas aos seus valores. Por outro lado, a SFA faz uso de apenas um output, em cuja medida existe uma incerteza regida por uma determinada distribuição de probabilidade.

Esta comunicação apresenta um novo paradigma na construção da fronteira DEA, aqui chamada de fronteira DEA “nebulosa”. Essa fronteira surge em situações nas quais uma das variáveis (*input* ou *output*) apresenta um certo grau de incerteza na medição, sem que se assuma que os valores obedecem a alguma distribuição de probabilidade. A fronteira eficiente é construída considerando-se os limites de incerteza, apresentando limites definidos por uma fronteira otimista e outra pessimista. A primeira considera os valores máximos de *output* ou mínimos de *input*, e a pessimista considera os mínimos de *output* ou máximos de *input*, dependendo de qual das variáveis apresenta incerteza. Constrói-se, assim, uma região em relação à qual as DMUs possuem um certo grau de pertinência, determinado por propriedades geométricas das fronteiras e das DMUs.

É possível construir também uma fronteira invertida, ou fronteira de ineficiência, pela simples inversão entre *outputs* e *inputs*. Havendo incerteza em alguma variável, a fronteira invertida igualmente terá limites otimistas e pessimistas, e as DMUs terão um certo grau de pertinência em relação a ela.

Deve-se ressaltar que uma alta pertinência em relação à fronteira eficiente indica uma DMU de alta eficiência, enquanto em relação à fronteira invertida indica baixa eficiência.

É conveniente agrupar as duas pertinências em um único índice de eficiência difusa, que considere a posição relativa de cada DMU tanto em relação às DMUs mais eficientes quanto às mais ineficientes. Para tal pode-se tomar uma medida de tendência central entre o grau de pertinência à fronteira eficiente e o grau de pertinência ao complementar da fronteira invertida.

Neste trabalho estudam-se as consequências do uso de duas dessas medidas: a média aritmética e a média geométrica. A primeira tende a distribuir de forma mais uniforme as eficiências no intervalo [0,1], enquanto a segunda tende a ser mais extremada. Repare-se que em DEA tradicional a formulação pela média geométrica é considerada uma formulação agressiva, mas em fronteiras difusas tal não acontece. Pode-se dizer que a agregação pela média geométrica é uma agregação extremada, favorecendo muito DMUs de desempenho bom, e sendo rigorosa com as de mau desempenho.

São apresentados exemplos numéricos para ilustrar estas situações.

## Referências

- [1] J.C.C.B. Soares de Mello, E.G. Gomes, L. Biondi Neto, L. Angulo-Meza, Construção de uma fronteira eficiente nebulosa na presença de dados com incertezas na medição, em Anais do XXXIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro, 2002.
- [2] M.P.E. Lins, L. Angulo-Meza, “Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão”, Editora da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.
- [3] W.W. Cooper, L.M. Seiford, K. Tone, “Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software”, Kluwer Academic Publishers, Boston-USA, 2000.