

# Capítulo 13

## Modelagem e Simulação

Paulino Ribeiro Villas-Boas, Silvio Crestana, Adolfo Posadas

### 1. Introdução

O início da humanidade foi marcado pelo nomadismo e pela sobrevivência por meio da caça e coleta de frutos. Aos poucos nossos antepassados aprenderam a produzir seus próprios alimentos, cultivando plantas e criando animais. O conhecimento de como produzir seus alimentos veio com a observação e experimentação (tentativa e erro) e foi passado de geração a geração. Este foi o início da agricultura e da pecuária na história da humanidade, mas a produção dos alimentos nessa época dependia fortemente de fatores que não podiam ser controlados ou previstos, como o clima.

Com o passar dos anos, os seres humanos desenvolveram ferramentas de trabalho, formas de manejo de solo e cruzamento entre espécies, que culminaram em aumento de produtividade. Ainda assim, apesar dessa evolução, não foi possível prever com precisão a produtividade nem os impactos ambientais causados pelos sistemas agrícolas. Muito menos era possível prever a queda de produção por doenças, pragas ou algum problema climático, como uma seca longa. Nem mesmo em tempos atuais é possível fazer essas previsões com uma precisão razoável.

A explicação para essa dificuldade advém do fato de que os sistemas agrícolas são dinâmicos, não lineares, complexos e abertos. Complexos pela diversidade e sequência de interações entre as partes constituintes: plantas, animais, microrganismos, solo, atmosfera e clima. Abertos por não serem sistemas controláveis: variáveis tais como temperatura e umidade podem variar livremente. As interações entre os elementos de um sistema agrícola ocorrem de forma complexa e não previsível e podem comprometer a geração de biomassa pelas plantas.

Para entender o conceito de sistemas complexos, é necessário definir antes sistemas simples e complicados (AMARAL; OTTINO, 2004). Um sistema simples é composto por apenas um elemento que pode ser descrito por leis da mecânica clássica. Isso não quer dizer que um sistema simples não possa ter dinâmica complexa, ou, em outras palavras, caótica. Um exemplo típico é o do pêndulo duplo (imagine que na ponta de um pêndulo exista outro).

Um sistema complicado é composto por um grande número de elementos regidos por leis bem definidas da mecânica clássica. Todas as partes atuam de forma conjunta para realizar uma função, como é o caso de um avião (aglomerado de mais de  $10^6$  partes). Uma pequena falha, porém, pode levar o sistema inteiro ao chão, pois ele pode não ser capaz de se adaptar a uma situação inesperada.

Um sistema complexo é formado por inúmeras partes que interagem entre si de acordo com regras que mudam com o tempo, dependem da situação e podem não ser bem compreendidas. Um bando de gansos pode parecer, a princípio, mais simples do que um avião, mas é adaptável ao meio em que vive, migrando quando necessário. A própria revoada de gansos é complexa, pois se auto-organiza alternando repetidamente a liderança sem a necessidade de um líder. Sua adaptação e auto-organização conferem ao bando de gansos um elevado grau de robustez, em que nenhum ganso é essencial para o sucesso da revoada. A conclusão é que o conjunto é muito mais do que a simples soma das partes.

Os sistemas agrícolas são tipicamente complexos, pois estão em constante readaptação ao meio onde são produzidos. Na escassez de algum elemento essencial, as plantas ou animais mudam seu metabolismo para sobreviver, mas a produtividade é comprometida. Se o produtor perceber essa escassez a tempo com análises periódicas, ele pode reverter a situação e garantir grande parte da produção naquele período. Por esta razão, a análise de sistemas agrícolas como um todo é ainda mais complexa por envolver interações entre diferentes sistemas: econômico, social, ambiental e biológico, em diferentes escalas – desde microrganismos do solo até o ecossistema inteiro.

Não existe ainda uma teoria universal para modelar sistemas complexos que leve em conta todos os aspectos, desde a heterogeneidade dos elementos constituintes até as interações com outros sistemas e com o ambiente (CHU et al., 2003). Entretanto, com as devidas simplificações (por exemplo, ignorando os menos importantes) e objetivando um determinado resultado (por exemplo, produtividade ou estoque de carbono no solo), os sistemas complexos podem ser estudados através de três áreas principais (AMARAL; OTTINO, 2004): i) dinâmica não linear e caos, mais detalhes em Sakai (2001); ii) física estatística envolvendo modelos discretos; e iii) teoria de redes complexas (NEWMAN, 2010).

A primeira área trata de modelar as interações entre os elementos de um sistema complexo deterministicamente em termos de redes neurais ou equações diferenciais, que, em grande parte, são não lineares, ou seja, a dinâmica é não linear e caótica. O caos advém do fato de que as equações são extremamente sensíveis às condições iniciais do problema, o que torna a previsão desse tipo de sistema praticamente impossível em longo prazo. Caos neste caso não significa aleatório, pois a evolução do sistema pode ser prevista pelas equações, mas sim que pequenas perturbações nas condições iniciais podem levar a resultados muito diferentes. Um exemplo típico deste tipo de modelagem é o da presa/predador (por exemplo, coelho e raposa), conhecida pelas equações Lotka-Volterra (MAITRA et al., 1971):

$$\frac{dx}{dt} = x(\alpha - \beta y)$$

$$\frac{dy}{dt} = -y(\gamma - \delta x) \quad (1)$$

onde  $x$  e  $y$  correspondem aos números de presas e de predadores, respectivamente, e  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  são parâmetros do modelo. Assume-se que a presa tem comida infinita e que sua única forma de morte é pelo predador: depende de  $y$  e da taxa em que o predador se alimenta de  $x$  (termo:  $-\beta xy$ ). As presas crescem a uma taxa  $\alpha$ , que depende da sua reprodutibilidade. Já os predadores crescem a uma taxa  $\delta$ , que não é necessariamente igual à taxa em que consomem as presas. O termo  $\gamma$  está relacionado com a taxa em que os predadores morrem ou migram.

A segunda área – física estatística – descreve os sistemas não em termos de mecânica clássica determinística, mas sim em termos de probabilidades e conjuntos de elementos (REICHL, 2009). Assim, por exemplo, em vez de modelar o movimento de todas as moléculas do ar dentro de uma sala, a física estatística descreve o conjunto inteiro de partículas em termos da probabilidade de se movimentarem em uma dada direção e, através dessa abordagem, consegue extrair propriedades macroscópicas do sistema como a temperatura, energia e pressão. Para resolver problemas desse tipo, a física estatística introduziu o conceito de modelos discretos, indo desde o modelo de Ising para explicar o ferromagnetismo de materiais até autômatos celulares e modelos baseados em agentes. A partir desse tipo de abordagem, a física estatística deu origem a dois importantes conceitos em sistemas complexos: universalidade e escala (STANLEY, 1987). O primeiro conceito está relacionado com a existência de propriedades universais de sistemas complexos que são independentes dos detalhes microscópicos, enquanto que o segundo advém do fato de que um número considerável de fenômenos é observado em sistemas que vão desde partículas elementares até a estrutura

das galáxias, das finanças e da sociologia. A terceira e última área – redes complexas – será explicada em mais detalhes na próxima seção.

Dada a dificuldade de modelar sistemas agrícolas, essas três áreas independentes ou integradas ajudarão a atingir um novo patamar de produção. Após a revolução verde (uso de fertilizantes, defensivos químicos, maquinários e engenharia genética) que garantiu saltos de produtividade nas últimas décadas, a próxima revolução na agricultura e pecuária dependerá da capacidade dos seres humanos em considerar os diversos aspectos que tornam complexos os sistemas agrícolas. A produção agrícola atual é extremamente dependente de recursos minerais naturais finitos (o fósforo, por exemplo) e de outros renováveis, como a água, que se tornarão mais escassos em um futuro não muito distante. A única forma de reverter esse quadro é a utilização racional ou mesmo a reciclagem dos recursos de forma a garantir uma produção mais sustentável econômica, social e ambientalmente. Da mesma forma, o fator social tem de ser levado em consideração para garantir o equilíbrio entre as esferas econômica, social e ambiental. Além disso, há uma crescente preocupação com a demanda por aumento de produção e com a fragilidade dos sistemas agrícolas às mudanças climáticas globais. Uma maneira de resolver esses problemas é por meio do uso das ciências convergentes (nanotecnologia, ciências cognitivas, biotecnologia, e tecnologia da informação) de forma integrada, conforme sugerido por Crestana e Fragalle (2011), e de modelagem e simulação de sistemas complexos. O uso de modelagem e simulação, com modelos mais precisos dos sistemas agrícolas, permitirá avaliar impactos nas três esferas ao simular diferentes cenários, como, por exemplo, a adoção do sistema integrado de lavoura, pecuária e floresta.

Este capítulo traz avanços recentes na área de modelagem e simulação de sistemas agrícolas em consonância com o uso de instrumentação. Serão apresentados neste capítulo estudos de caso de modelagem e simulação de variados fenômenos complexos na agricultura, utilizando-se redes complexas, teoria de caos, fractal, multifractal e *wavelet* multifractal.

## 2. Redes complexas

Redes complexas são representações abstratas de sistemas complexos (AMARAL; OTTINO, 2004) e também podem ser representadas como grafos (NEWMAN, 2010). Correspondem a um conjunto de elementos – denominados vértices ou nós – conectados por algum tipo de interação, denominados arcos ou arestas. Os termos “vértices” e “nós” podem ser usados indistintamente, enquanto que arestas e arcos possuem significados diferentes. Arcos são usados para identificar interações que possuam algum sentido definido, como a relação de predação nas cadeias alimentares. Arestas são usadas quando não há sentido definido, como no caso de redes de colaboração

científica, em que pesquisadores estão conectados se forem coautores em artigos publicados.

Devido à sua generalidade, redes complexas podem ser usadas para representar inúmeros tipos de sistemas em diferentes escalas, desde a expressão gênica durante interações patógeno/hospedeiro em plantas ou animais até a propagação de pragas ou doenças entre pomares de um país ou continente. Uma vez que o sistema de interesse seja representado como rede complexa, sua estrutura pode revelar propriedades importantes, tais como: efeito pequeno-mundo, distribuição de graus independentemente de escala, alta coesão entre os vértices, hierarquia entre os vértices e modularidade, entre outras (NEWMAN, 2010). O efeito pequeno-mundo implica que a distância entre vértices varia com o logaritmo do tamanho da rede, indicando, por exemplo, que a transmissão de uma doença em um pomar precisa de apenas poucos passos para atingir um número considerável de plantas. A distribuição de graus dos vértices (grau de um vértice é o número de conexões com os vizinhos) ser livre de escala está relacionada com a existência de concentradores de conexões – vértices importantes para o funcionamento da rede, que, se removidos, podem levar à desestabilização de todo o sistema (por exemplo, a eliminação dos concentradores dentro de um pomar pode impedir a evolução de uma determinada doença).

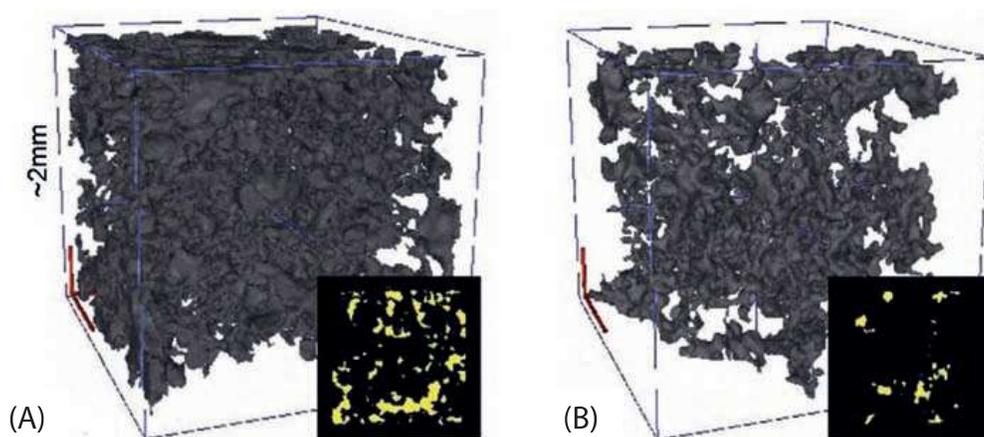
A vantagem em utilizar redes complexas é capturar melhor a arquitetura dos sistemas complexos: a heterogeneidade das interações entre os elementos. Sem o uso de redes complexas, assume-se que todos os elementos estão conectados entre si ou conforme a estrutura aleatória ou regular como a de uma grade, em que cada elemento está conectado com o vizinho de cima, de baixo, da esquerda e da direita. Além disso, a representação por redes complexas é apenas uma formulação matemática que define o padrão de interação entre os vértices e serve ainda de estrutura para executar dinâmicas não lineares, como a propagação de doenças, e estocásticas, como a evolução de modelos baseados em agentes. Em outras palavras, a teoria das redes complexas é mais geral e engloba dinâmica não linear e física estatística.

Além da caracterização da arquitetura das redes complexas que pode ajudar a encontrar propriedades importantes antes desconhecidas, este tipo de representação permite estudar com melhor definição processos que nelas ocorram, como a propagação de doenças, resiliência do sistema em relação a perturbações, percolação (por exemplo, lixiviação de nutrientes no solo), sincronização, entre outros.

### *2.1 Estudo de caso: invasão biológica em solos*

O solo é formado por parte mineral, orgânica, água e gases ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ , entre outros) e é considerado um dos mais importantes reservatórios de

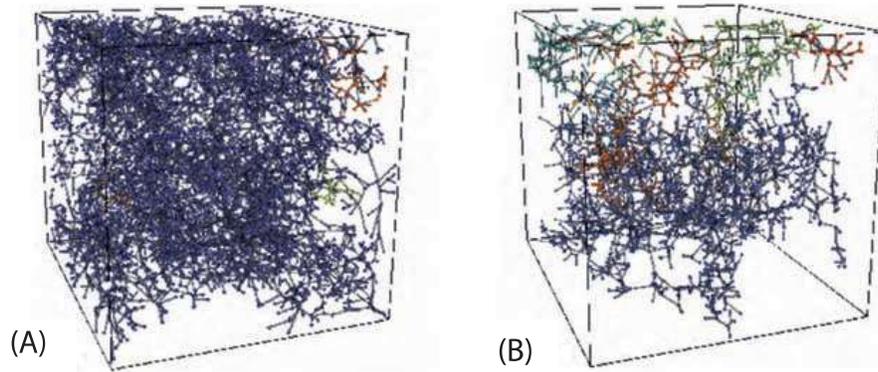
carbono do planeta, além de servir de substrato para o desenvolvimento de toda a diversidade biológica terrestre (BRONICK; LAL, 2005). Sua estrutura é heterogênea e pode ser compreendido como meio poroso, com poros de diversos tamanhos e formatos. Extrair uma representação confiável da estrutura dos poros de um solo sem danificá-lo é uma tarefa difícil, pois requer cuidado na extração de um bloco e no transporte, e medida não destrutiva. Uma forma de realizar uma medida não destrutiva é através da tomografia computadorizada por raios X (VAZ et al., 1992). Ao varrer o bloco de solo, são obtidas imagens correspondentes a diferentes fatias do solo. Com algoritmos de reconstrução, conforme descrito em Perez-Reche et al. (2009), uma representação 3D da estrutura dos poros do bloco pode ser construída (Figura 1).



**Figura 1.** Reconstrução 3D dos poros de dois tipos de solos: (A) não compactado ( $1,2 \text{ Mg m}^{-3}$ ) e (B) densamente compactado ( $1,4 \text{ Mg m}^{-3}$ ). Em cinza, estão as reconstruções 3D dos poros. No canto inferior à direita de cada reconstrução, está uma foto do meio do bloco de cada solo, onde em amarelo são representados os espaços vazios. Poros com volume inferior a  $10^4$  voxels (1 voxel é igual ao volume de um cubo de lado 1 pixel) foram descartados para melhorar a visualização e a análise (1 pixel corresponde a  $74 \mu\text{m}$ ) (PEREZ-RECHE et al., 2009).

A rede de poros é construída a partir do esqueleto da estrutura dos espaços vazios da Figura 1. O esqueleto de um objeto é sua parte mais central, representada por uma curva equidistante da borda, que pode ser obtida por um algoritmo de afinamento (VIANA et al., 2009). Tal estrutura guarda todos os atributos topológicos da forma original, como ramificações e ciclos. Pode inclusive guardar informação do volume correspondente. A partir do esqueleto de um objeto, a rede complexa associada é construída da seguinte forma: vértices são as terminações e os pontos de intersecção de ramos, enquanto as arestas são os ramos que ligam dois vértices (também chamado de canal). As redes correspondentes às reconstruções 3D dos dois tipos de solos podem ser visualizadas na Figura 2.

As redes apresentadas na Figura 2 são representações matemáticas da arquitetura dos poros e podem servir de modelos para estudar e avaliar processos de transporte no solo, como infiltração de água, transporte de nutrientes e defensivos químicos, além de invasão de microrganismos. O último é o tema deste estudo de caso.



**Figura 2.** Redes construídas a partir das reconstruções 3D dos solos (A) não compactado e (B) densamente compactado mostrados na Figura 1. A rede (A) possui 10.316 vértices e 11.502 arestas no total, enquanto que a rede (B), 3.612 vértices e 3.846 arestas no total. As cores na figura indicam diferentes componentes conectados (há, pelo menos, um caminho possível entre qualquer um dos vértices para todos os outros), sendo que em azul está o maior deles (PEREZ-RECHE et al., 2009).

A forma como as redes aparecem na Figura 2 não é adequada para se estudar processos em que nelas ocorram, porque, se um processo começar em um dos menores componentes, ele não evoluirá para os outros componentes. Desta forma, é necessário utilizar apenas o maior componente de cada rede (representado em azul em (a) e (b) da Figura 2), que é a representação mais geral de cada tipo de solo. O maior componente da rede do solo não compactado possui 10.183 vértices e 11.369 arestas, enquanto que o maior componente do outro solo ficou com 2.613 vértices e 2.823 arestas. No primeiro caso, a redução foi pequena devido à natureza do tipo de solo (abundância de espaços vazios no solo). Já no segundo caso, a densidade do solo é tão grande que limitou a quantidade de poros no solo, que, por conseguinte, levou a uma redução das conexões entre os poros. Somente com uma análise da arquitetura das duas redes da Figura 2 é possível imaginar que microrganismos terão mais dificuldade de deslocamento dentro do solo densamente compactado.

Para avaliar a invasão de um tipo de microrganismo nos poros de um solo, vamos utilizar como exemplo a expansão de uma colônia de fungos a partir de um vértice arbitrário com uma quantidade fixa de nutrientes. Uma vez ocupado um vértice  $i$ , o fungo pode ocupar qualquer um de seus vizinhos  $j$ , menos os que já estão ocupados, com probabilidade  $P_{ij}$  que depende do

comprimento e do diâmetro do canal  $ij$ . Assumimos que o movimento do fungo dentro de um canal é um processo de Poisson, de forma que a probabilidade  $dP_{ij}(t)$  de o fungo ocupar o vértice  $j$  partindo de  $i$ , passando pelo canal  $ij$  de comprimento  $L_{ij}$  em um intervalo de tempo infinitesimal entre  $t$  e  $t+dt$  é (GILLESPIE, 1991)  $dP_{ij}(t) = 1 - P_{ij}(t) \beta_{ij} dt$ , cuja solução é  $P_{ij}(t) = 1 - e^{-\beta_{ij}t}$ , onde  $\beta_{ij}$  é a taxa de invasão do canal  $ij$ . O parâmetro  $\beta_{ij}$  depende das características do canal  $ij$  e da velocidade  $v_{ij}$  de deslocamento do fungo nesse canal e pode ser estimado por  $v_{ij}/L_{ij}$ . Para  $t \rightarrow \infty$ , a probabilidade  $P_{ij}(t)$  tende a 1, implicando que o vértice  $j$  será ocupado após um tempo muito longo, o que não é realista, pois o fungo pode ter quantidade limitada de nutrientes dentro do canal e um limite de tempo de vida. Assim, assumimos que o fungo tem um tempo limite  $\tau_{ij}$  para atravessar o canal  $ij$ . Outra suposição necessária é que o tempo seja inicializado toda vez que o fungo coloniza um vértice desocupado, pois a quantidade de nutrientes disponíveis é igual em todos os canais. Nessas circunstâncias, a probabilidade de invasão do vértice  $j$  a partir de  $i$  em longos períodos de tempo é:

$$T_{ij} = 1 - e^{-v_{ij}\tau_{ij}/L_{ij}} \quad (2)$$

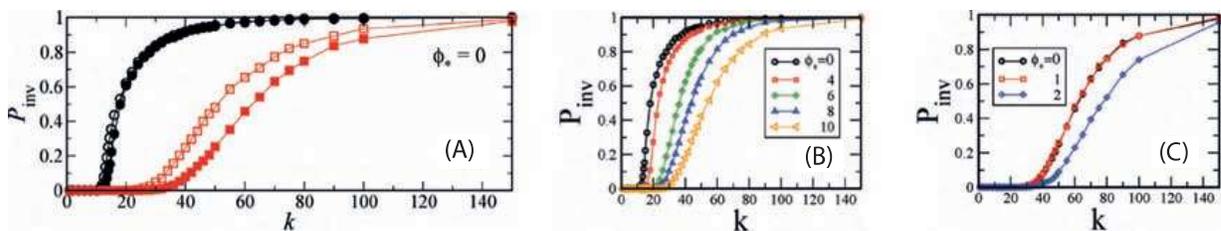
A equação acima – também conhecida como transmissibilidade – pode ainda ser simplificada se assumirmos que  $v_{ij}$  e  $\tau_{ij}$  são iguais para todos os canais  $ij$ ; portanto, podemos fazer  $k = v_{ij} \tau_{ij}$ . A suposição anterior é justificada pelo fato de que a velocidade de deslocamento do fungo e a quantidade de nutrientes não devem variar muito em função do canal. O parâmetro  $k$  dá uma ideia da chance de sucesso de o fungo atravessar um determinado canal. Assim, se  $L_{ij} > k$ , a probabilidade de o fungo atravessar o canal  $ij$  é baixa; se  $L_{ij} < k$ , a probabilidade é alta. O diâmetro do canal pode ser outro fator que impeça ou dificulte o deslocamento do fungo no solo. Vamos assumir que exista um diâmetro crítico  $\phi_*$ , tal que o fungo não consiga atravessar o canal. A equação (2) pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$T_{ij} = \begin{cases} 1 - e^{-k/L_{ij}} & \text{se } \phi_{ij}^{min} > \phi_* \\ 0 & \text{se } \phi_{ij}^{min} < \phi_* \end{cases} \quad (3)$$

A equação anterior pode ser modelada como um processo de propagação de doenças do tipo suscetível-infectado-recuperado (do inglês SIR), que, por sua vez, pode ser mapeado em um problema de percolação de conexão de arestas (GRASSBERGER, 1983), na qual a probabilidade de conexão é dada pela transmissibilidade da equação (3). Este tipo de problema apresenta transição de fase em função do parâmetro  $k$ , em que a probabilidade de invasão  $P_{inv}$  é 0 se  $k < kc$  ou 1 se  $k > kc$ . A probabilidade de invasão  $P_{inv}$  é a porcentagem de vértices ocupados durante a evolução da

invasão do microrganismo. Os resultados da simulação podem ser visualizados na Figura 3.

A rede construída a partir do solo mais densamente compactado é mais resistente à invasão do fungo do que a outra rede (Figura 3), devido ao valor mais elevado de  $kc$  (transição de  $P_{inv} \approx 0$  para um valor finito, próximo de 1). Esse resultado é uma consequência da estrutura das redes. Na Figura 3(a) é mostrada ainda a evolução da invasão caso a transmissibilidade fosse homogênea, considerando  $\phi_* = 0$ . Em ambos os tipos de solos, a transmissibilidade homogênea levou a uma redução no valor de  $kc$ , indicando que a estrutura heterogênea confere um elevado grau de resiliência quanto à expansão do fungo. Para  $\phi_* \neq 0$ , Figura 3(b) e (c), o valor de  $kc$  aumenta para valores crescentes de  $\phi_*$ , e, portanto, as redes se tornam mais resistentes à invasão do fungo. Isso ocorre porque, quanto maior o valor de  $\phi_*$ , menos canais disponíveis para deslocamento do fungo haverá, e, assim, mais difícil a invasão pelo fungo.



**Figura 3.** Probabilidade de invasão  $P_{inv}$  em função do parâmetro  $k$  (em pixels). Apenas para comparação, em (A) são mostrados os resultados para  $P_{inv}$  para os dois tipos de solos: não compactado (círculo preto) e densamente compactado (quadrado vermelho) em duas situações: transmissibilidade calculada pela equação (2) (símbolos fechados) e transmissibilidade homogênea (média de  $T_{ij}$ ) (símbolos abertos). Em (B) e (C) estão os resultados das simulações para limiares diferentes de  $\phi_*$  para os solos não compactado e densamente compactado, respectivamente (PEREZ-RECHE et al., 2009).

### 3. Técnica multifractal

A equação básica da teoria fractal expressa a relação entre o número e o tamanho dos objetos fractais (FEDER, 1988),  $N(L) \sim L^D$ , sendo  $N(L)$  o número de objetos,  $L$  a escala e  $D$  a dimensão fractal. A técnica de *box counting* é usada para estimar as propriedades de escalamento do conjunto fractal cobrindo a medida com caixas de tamanho  $L$  e contando o número de caixas que contêm pelo menos um pixel que representa o objeto em estudo:

$$D = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\log N(L)}{\log(1/L)} \quad (4)$$

onde  $D$  é conhecido como a dimensão fractal. A desvantagem da técnica de *box counting* é que o processo não considera a quantidade da massa dentro de uma caixa e, por isso, não é capaz de resolver a distribuição de áreas com concentrações altas ou baixas da massa, também conhecidas como singularidades. Um modo de quantificar singularidades em uma distribuição é estimando a probabilidade de massa na  $i$ -ésima caixa como,  $P_i = N_i / N_T$ , onde  $N_i$  é o número de pixels que contêm massa e  $N_T$  é a massa total do sistema. Para sistemas heterogêneos ou não uniformes a probabilidade  $P_i$  dentro da  $i$ -ésima região varia como,  $P_i(L) \sim L^{\alpha_i}$ , onde  $\alpha_i$  é o expoente "Lipschitz-Holder" ou *singularity strength*, que caracteriza o escalamento na  $i$ -ésima região ou posição espacial (FEDER, 1988). Semelhante valor de  $\alpha_i$  pode ser encontrado em posições diferentes em um espaço euclidiano. O número de caixas  $N(\alpha)$  onde a probabilidade  $P_i$  tem *singularity strengths* entre  $\alpha$  e  $\alpha + d\alpha$  é encontrado escalar como (CHHABRA; JENSEN, 1989; HALSEY et al., 1986):

$$N(\alpha) \sim L^{f(\alpha)}, \quad (5)$$

onde  $f(\alpha)$  pode ser definido como a dimensão fractal do conjunto de caixas com singularidades  $\alpha$ . O expoente  $\alpha$  pode variar no intervalo  $[-\infty, \infty]$ , e  $f(\alpha)$  é normalmente uma simples função côncava com um máximo em  $d f(\alpha(q)) / d\alpha(q) = 0$ , onde  $q$  é  $\alpha$  ordem de momento de uma distribuição. Assim, quando  $q=0$ ,  $f_{max}$  é igual a *box counting* ou dimensão de capacidade,  $D_0$  (GOUYET, 1996; VIKSEC, 1992).

O conjunto multifractal também pode ser caracterizado sob a base das dimensões generalizadas,  $D_q$ , de momento de ordem  $q$ -ésima de uma distribuição, definido como (HENTSCHEL; PROCACCIA, 1983):

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\log \mu(q, L)}{\log L}, \quad (6)$$

onde  $\mu(q, L)$  é a função de partição definida como (CHHABRA; JENSEN, 1989):

$$\mu(q, L) = \sum_{i=1}^{N(L)} P_i^q(L). \quad (7)$$

A dimensão generalizada  $D_q$  é uma função monótona decrescente para todos os valores reais de  $q$  dentro do intervalo  $[-\infty, \infty]$ . Quando  $q < 0$ ,  $\mu$  acentua regiões na distribuição com menos concentração de uma medida, entretanto o contrário é verdadeiro para  $q > 0$  (CHHABRA; JENSEN, 1989).

A função de partição escala como  $\mu(q, L) \sim L^{\tau(q)}$ , onde  $\tau(q)$  é o expoente de massa de  $q$ -ésima ordem definida como (HALSEY et al., 1986; VIKSEC, 1992),  $\tau(q) = (q-1) D_q$ , sendo  $D_q$  a dimensão fractal generalizada (HENTSCHEL; PROCACCIA, 1983). A conexão entre os expoentes de potência  $f(\alpha)$  e  $\tau(q)$  é feita pela transformação de Legendre (CALLEN, 1985; CHHABRA; JENSEN, 1989; HALSEY et al., 1986):

$$\begin{aligned}
 f(\alpha(q)) &= q\alpha(q) - \tau(q) \\
 \alpha(q) &= \frac{d\tau(q)}{dq}.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

O espectro multifractal  $f(\alpha)$  e as dimensões generalizadas  $D_q$  contêm informações semelhantes, ambas caracterizam os entretécidos ensembles estatísticos dos fractais de dimensão  $f(\alpha_i)$ . Em cada  $i$ -ésimo fractal, a observável  $P_i$  escala com o expoente Lipschitz-Holder,  $\alpha_i$ . Ao contrário de  $D_q$ , que é associado à geometria do sistema, o espectro multifractal  $f(\alpha)$  associa-se a parâmetros termodinâmicos do sistema, sendo  $f$  e  $\alpha$  a entropia e a energia interna do sistema respectivamente (CHHABRA; JENSEN, 1989). Assim, o espectro multifractal  $f(\alpha)$  tem a capacidade de descrever fisicamente qualquer sistema em estudo.

As dimensões generalizadas para  $q=0$ ,  $q=1$  e  $q=2$  são conhecidas como  $D_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$ .  $D_0$  é a dimensão de capacidade independente de  $q$  e fornece uma informação global (ou média) do sistema (VOSS, 1988). O  $D_1$  é relacionado à informação ou à entropia de Shannon (SHANNON; WEVER, 1949) e quantifica o grau de desordem presente em uma distribuição medindo a forma que a entropia de Shannon (por exemplo,  $\sum \mu(L) \log[\mu(L)]$ ) escala quando o  $L$  tende a 0. Segundo Gouyet (1996) e Andraud et al. (1994, 1997) para uma medida  $\mu \in [0,1]$ , o valor de  $D_1$  está no intervalo  $0 < D_1 < 1$ . Um valor de  $D_1$  próximo a 1.0 caracteriza um sistema uniformemente distribuído através de todas as escalas, enquanto que um valor de  $D_1$  perto de 0 reflete um subconjunto de escalas na qual as irregularidades estão concentradas. O  $D_2$  associa-se matematicamente à função de correlação (GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983) e computa a correlação de medidas contidas em intervalos de tamanho  $L$ . A relação entre  $D_0$ ,  $D_1$ , e  $D_2$  é  $D_2 \leq D_1 \leq D_0$ , onde a igualdade  $D_0 = D_1 = D_2$  somente ocorre se o fractal for estatística ou exatamente autossimilar e homogêneo (KORVIN, 1992).

### 3.1 Formalismo multifractal baseado na Transformada Wavelet Módulo Máximo (WTMM)

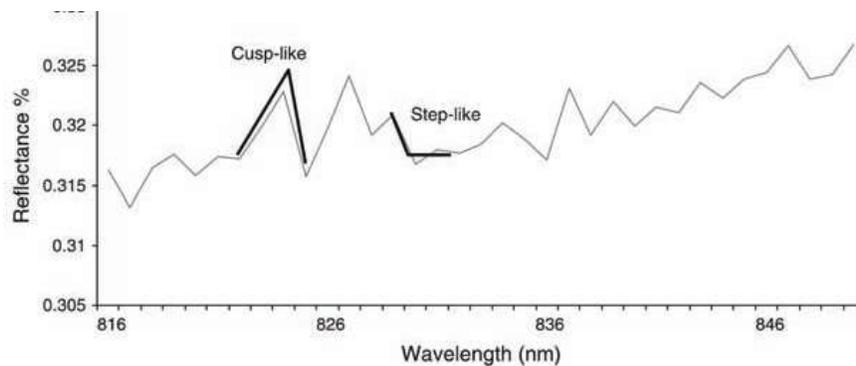
Aqui se mostra o procedimento usado no cálculo do espectro de singularidades de sinais experimentais a partir do método WTMM. Uma descrição detalhada do método WTMM pode ser encontrada no trabalho de Arneodo (1996).

A análise de dados de séries de tempo é de grande importância para a caracterização, quantificação, modelagem e previsão de muitos fenômenos naturais, como precipitação de chuvas, temperaturas de superfície do mar, movimento do lençol freático, contaminação do ar, da água e do

solo, entre outros. A grande maioria destas séries representa sistemas não lineares e é de caráter estocástico, apresentando, além disso, singularidades em seus espectros através do tempo. As ferramentas clássicas como a série de Taylor ou as séries de Fourier são incapazes de descrevê-las. Por exemplo, as funções  $f(t)$  tipicamente estudadas em análises matemáticas são contínuas e possuem derivadas contínuas. Sendo assim, elas podem ser aproximadas na vizinhança de algum tempo  $t_i$  em uma série de Taylor ou em uma série de potência da forma:

$$f(t) = a_0 + a_1(t - t_i) + a_2(t - t_i)^2 + a_3(t - t_i)^3 + \dots \quad (9)$$

Para regiões pequenas em torno de  $t_i$ , somente os primeiros termos da expansão (9) são necessários para uma aproximação da função  $f(t)$ . Ao contrário, a maioria das séries de tempo encontradas em aplicações da “vida diária” é bastante ruidosa, como o exemplo da Figura 4. Assim, em quase todos seus pontos no tempo, elas não podem ser aproximadas, em poucos termos, nem por uma série de Taylor nem por uma série de Fourier. Contudo, muitas séries empíricas ou experimentais possuem característica fractal, por exemplo, para algum tempo  $t_i$ , as séries  $f(t)$  apresentam comportamento *singular*. Isto é, para aqueles tempos  $t_i$ , o sinal tem componentes com potências não inteiras do tempo, os quais aparecem com características do tipo “passo” ou “chapéu”, tipo delta de Dirac, as quais são denominadas de *singularidades* do sinal (Figura 4).



**Figura 4.** Exemplo do sinal heterogêneo do espectro da reflectância onde são mostrados dois tipos de singularidade com características de *cusp-like* e *step-like* (CHAVEZ et al., 2012).

Para analisar as séries temporais, como as da Figura 4, a equação (9) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f(t) = a_0 + a_1(t - t_i) + a_2(t - t_i)^2 + a_3(t - t_i)^3 + \dots + a_h(t - t_i)^{h_i}, \quad (10)$$

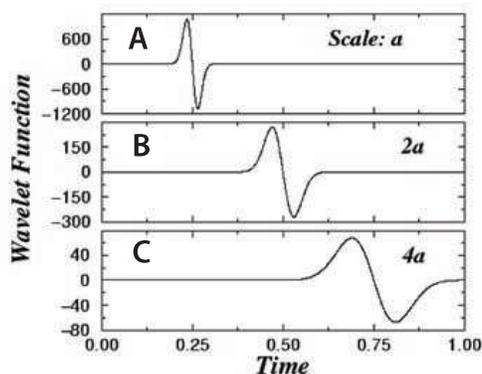
onde  $t$  está dentro de uma pequena vizinhança de  $t_i$ , e  $h_i$  é um número inteiro que quantifica a singularidade não local de  $f(t)$  em  $t=t_i$ . Nos sinais com característica fractal, a pergunta imediata é: como quantificar a propriedade fractal destes sinais? O primeiro problema é encontrar um conjunto de singularidades localizadas no tempo  $t_i$  e estimar o valor de  $h$  para cada  $t_i$ .

A transformada de Fourier assume sinais estacionários nas escalas de interesse no tempo, enquanto que a transformada wavelet determina o conteúdo da frequência do sinal como função do tempo. Na transformada de Fourier determinam-se os coeficientes que melhor aproximam a função  $f(t)$  como uma soma de senos e cossenos. Similarmente, na transformada wavelet, aproxima-se a função  $f(t)$  como a soma de funções bases com pesos apropriados. As bases na transformada wavelet são funções que, como nos senos ou cossenos, podem ser consideradas em diferentes frequências, mas diferentemente dos senos e cossenos, são localizadas no tempo e estão trasladadas ao longo do sinal. Um exemplo de função base wavelet é (Figura 5):

$$G'(t, a, b) = \frac{a}{(2\pi)^{-1/2}} (t - b) e^{-\frac{(t-b)^2}{2a^2}}, \quad (11)$$

onde  $G'(t, a, b)$  é a primeira derivada da função Gaussiana,  $a$  é um parâmetro inverso à frequência e  $b$  é a localização no tempo. Então, determinam-se os coeficientes da transformada wavelet fazendo a convolução da função  $f(t)$  com  $G'(t, a, b)$ . Além disso, sendo capaz de tratar sinais não estacionários, a transformada wavelet facilmente remove os polinômios que poderiam contribuir para “mascarar” as singularidades ou o comportamento fractal do sinal.

Para ilustrar este fato, consideramos um sinal onde a variável  $t$  pode ser expandida na vizinhança de  $t_i$ , como uma série da forma (10). Em uma análise fractal, queremos medir  $h_i$ , mas para valores pequenos de  $t-t_i$ , as “tendências”  $(t-t_i)^k$  com  $k < h_i$  dominarão a soma. Então, de maneira ideal, queremos remover todos os termos  $(t-t_i)^k$  para o qual  $k < h_i$ . Fazendo a convolução de  $f(t)$  com uma função wavelet apropriada, podem ser levados a zero todos os coeficientes que poderiam surgir da contribuição de tais polinômios (Arneodo, 1996).



**Figura 5.** Função *wavelet* em diferentes escalas e posições. Podemos considerar, como a função *wavelet*, a primeira derivada da função Gaussiana e representá-la em (A) centrada no ponto  $b = 0.25$  e na escala  $a = 0.015$ , (B) centrada na posição  $b = 0.5$  e escala  $2a$  e (C) centrada na posição  $b = 0.75$  e escala  $4a$ . Notamos que o *wavelet* toma valores significativamente diferentes de zero somente para pequenos intervalos.

Outra propriedade interessante da transformada *wavelet* é que os coeficientes de valores máximos da transformada (WTMM) são pequenas frações do número total de coeficientes, mas o suficiente para codificar a informação contida no sinal da equação (11). Além disso, quando se segue uma linha de máximos das escalas mais baixas às mais altas, estamos seguindo a mesma singularidade. Este fato permite calcular  $h_i$  seguindo uma lei de potências que ajuste adequadamente os coeficientes da transformada *wavelet* ao longo da linha de máximos (STRUZIK, 2000). Se o sistema possui um valor só de  $h_i$ , o sistema é fractal e, se pelo contrário,  $h_i$  pode tomar muitos valores diferentes, neste caso a série tem característica *multifractal* (MANDELBROT, 1982; STANLEY; MEAKIN, 1988).

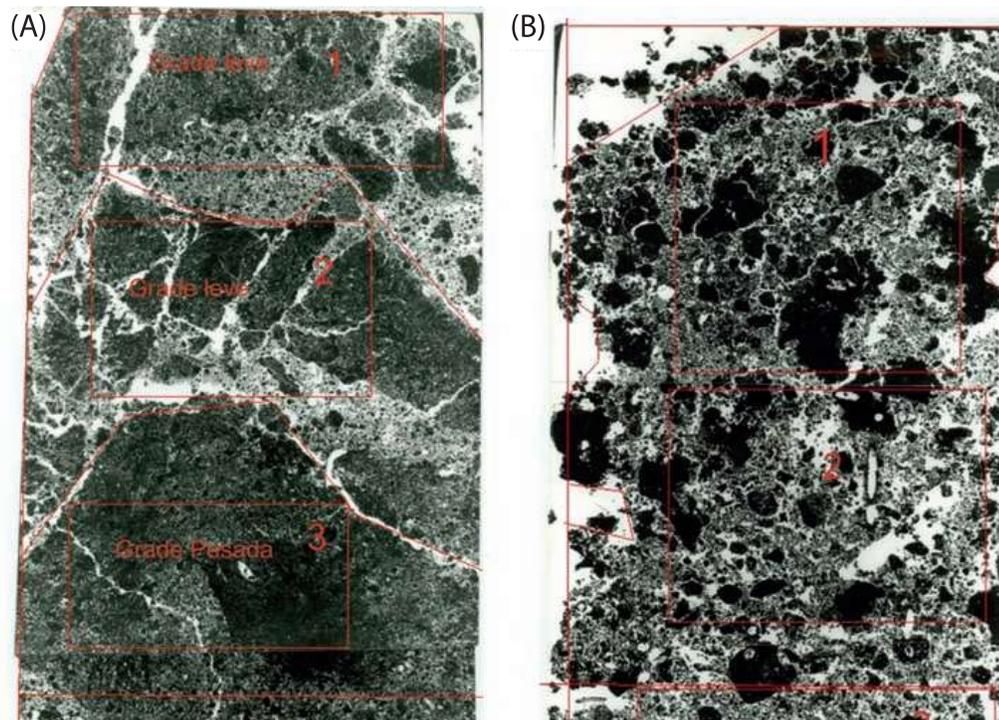
### 3.2. Aplicações em solos

#### 3.2.1 Aplicações da teoria *multifractal* no manejo de solos: caracterização do comportamento da estrutura física em solos de mata, cultivados e não cultivados

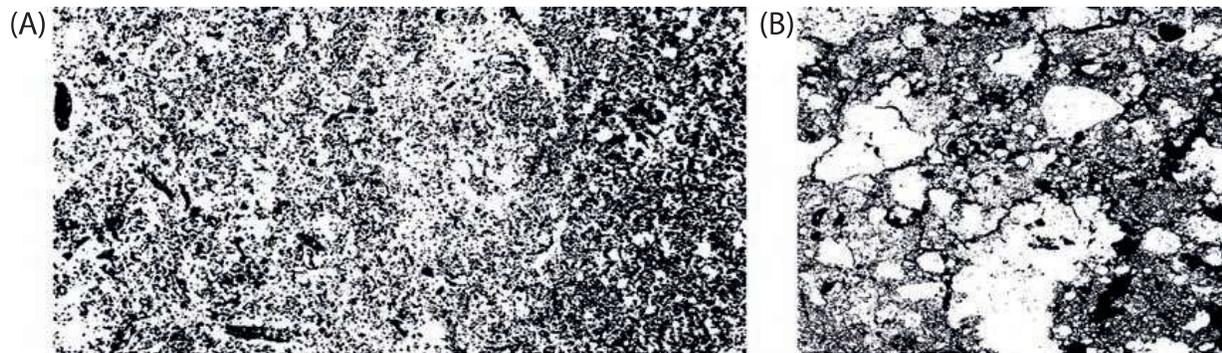
Amostras de solos foram coletadas na Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, PR, pela professora Maria de Fátima Guimarães (UEL) e pelo Dr. Boulet (França), sendo um Latossolo Vermelho Distroférrico. A área cultivada corresponde às culturas anuais em sistema convencional de

manejo, sendo que há pelo menos 30 anos é cultivada com a sequência: arado de disco, grade pesada e grade niveladora. A amostragem foi realizada logo após o preparo. Já a área de controle é uma área de mata nativa do campus da Universidade.

As amostras de solos foram retiradas do campo através de uma trincheira de 1,0 m de profundidade, aberta no solo com caixas ou latas de Kubiena, confeccionadas em chapas metálicas de ferro galvanizado. Para a análise multifractal, foram utilizadas amostras de solo de 0 a 20 cm e de 20 a 40 cm das quais foram feitas lâminas delgadas. As Figuras 6 e 7 mostram respectivamente imagens dos solos de 0 a 20 cm e as correspondentes lâminas delgadas. Para fazer as lâminas, as amostras foram secas ao ar livre até adquirirem peso constante, e posteriormente em estufa. Depois de secas, as amostras foram impregnadas com resina, e, para facilitar a impregnação pela resina, diminui-se a viscosidade e procedeu-se a impregnação em ambiente a vácuo. Assim, seguindo o trabalho publicado por Ringrose-Voase (1996) foram feitas lâminas delgadas de aproximadamente 25  $\mu\text{m}$  de espessura, as quais foram processadas e digitalizadas para se obter finalmente a distribuição de poros da amostra de solo como o apresentado na Figura 7.



**Figura 6.** A imagem do lado esquerdo (A) representa o solo cultivado e a do lado direito (B), o solo de mata; ambos de 0 a 20 cm de profundidade, sendo que os quadros com números representam as áreas escolhidas para a análise.



**Figura 7.** Lâminas delgadas representando as distribuições de poros de um solo cultivado (A) e não cultivado (B) obtidas a partir da Figura 6(A) e (B), respectivamente, de 0 a 20 cm de profundidade.

### 3.2.1.1 Análise multifractal

A determinação dos parâmetros multifractais foi realizada seguindo o método proposto por Chhabra e Jensen (1989) e implementado por Posadas et al. (2001, 2003, 2005) usando o programa Multifractal Analysis & Scaling System (MASS<sup>1</sup>). A distribuição de tamanho de poros foi avaliada dentro de intervalos de tamanhos  $L$ , sendo  $L$  as escalas nas quais o sistema tem comportamento multifractal e para momentos estatísticos  $q$  diferentes da distribuição. A medida  $\mu_i(q, L)$  (distribuição de poros) foi normalizada de acordo com Posadas et al. (2003):

$$\mu_i(q, L) = \frac{P_i^q(L)}{\sum_{i=1}^{N(L)} P_i^q(L)}, \quad (12)$$

onde  $P_i(L)$  é a probabilidade de achar uma medida de classe- $i$  (tamanho de poros) no intervalo  $L$ . Assim, a distribuição de tamanho de poros foi dividida em intervalos de tamanho  $L$ , e  $\mu_i$  é constituído pela porcentagem de “massa” (poros) contida em cada  $i$ -ésimo intervalo. Note-se que, para qualquer valor de  $q$ , as medidas normalizadas assumem valores no intervalo  $[0,1]$ .

Os parâmetros multifractais  $f(q)$  e  $\alpha(q)$  associados respectivamente à entropia e energia interna do sistema poroso foram calculados com as seguintes equações (POSADAS et al., 2003):

$$f(q) = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \log[\mu_i(q, L)]}{\log L} \quad (13)$$

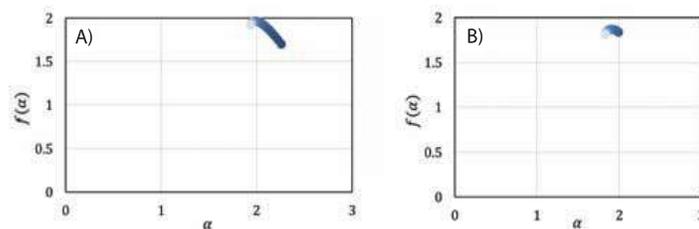
<sup>1</sup> <http://inrm.cip.giar.org>.

$$\alpha(q) = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q,L) \log[P_i(L)]}{\log L} . \quad (14)$$

Para cada  $q$ , valores de  $f(q)$  e  $\alpha(q)$  foram obtidos, a partir da tangente dos gráficos do numerador das equações (13) e (14) vs  $\log L$ , e ao longo de todo o intervalo de valores de  $L$  considerados (2-250 pixels). Os intervalos de valores de  $q$  em que ambas as funções eram lineares,  $\Delta q$  foi selecionado considerando os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) de ambos os ajustes. As funções  $f(\alpha(q))$  e  $\alpha(q)$  obtidas ao longo de um intervalo  $\Delta q$  (-5 a 5) foram utilizadas para construir os espectros  $f(\alpha)$  como uma função implícita de  $q$  e de  $L$ . (Figura 8).

### 3.2.1.2 Resultados

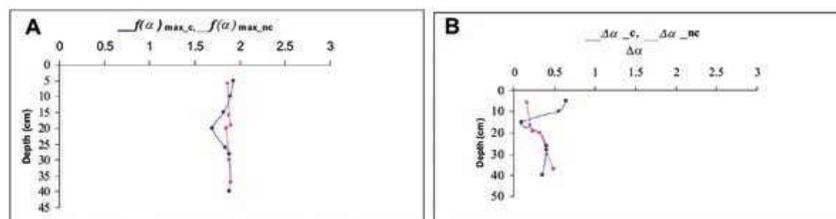
A seguir apresentaremos os resultados da análise multifractal obtidos de cada lâmina delgada digitalizada e binarizada, ao longo de todo o perfil de 0 a 40 cm, do solo estudado. As Figuras 8 e 9 apresentam tais resultados, sendo que a Figura 8 apresenta um resultado inédito, em que, pela primeira vez, está sendo descrito o manejo do solo em campo com parâmetros multifractais.



**Figura 8.** A) Espectro multifractal que descreve a porosidade espacial do solo, da Figura 7a; B) Espectro multifractal que descreve a porosidade espacial do solo, Figura 7b.

De acordo com Posadas et al. (2005), um espectro multifractal,  $f(\alpha)$  vs.  $\alpha$ , onde  $f(\alpha)$  está associada à entropia generalizada e  $\alpha$  é a energia interna do sistema. O espectro caracteriza quantitativamente a variabilidade da medida, neste caso a distribuição espacial de poros. A largura do espectro é um indicador de heterogeneidade do sistema. A distância de  $\Delta\alpha$  maior sinaliza que o sistema é mais heterogêneo, conseqüentemente mais entrópico e, se a distância é menor, indica que o sistema é menos entrópico, ou seja, mais homogêneo. Baseado nestas características foi realizado uma análise do comportamento dos parâmetros multifractais  $f(\alpha)$ ,  $\alpha$  e  $\Delta\alpha$ , ao longo da profundidade de 0 a 40 cm e comparados os dois tipos de solos, cultivado e mata virgem, como apresentados na Figura 9.

Assim, observamos a capacidade dos parâmetros multifractais de caracterizar de forma eficaz o manejo de solos. No caso estudado fomos capazes de descrever a dinâmica do manejo do solo ao longo da profundidade e como ela varia seguindo as diferentes camadas (perfis) do solo. Fica evidente a potencialidade da ferramenta para caracterizar quantitativamente o manejo de solos *in situ*, usando como indicador associado aos parâmetros multifractais o comportamento dos poros no perfil do solo.

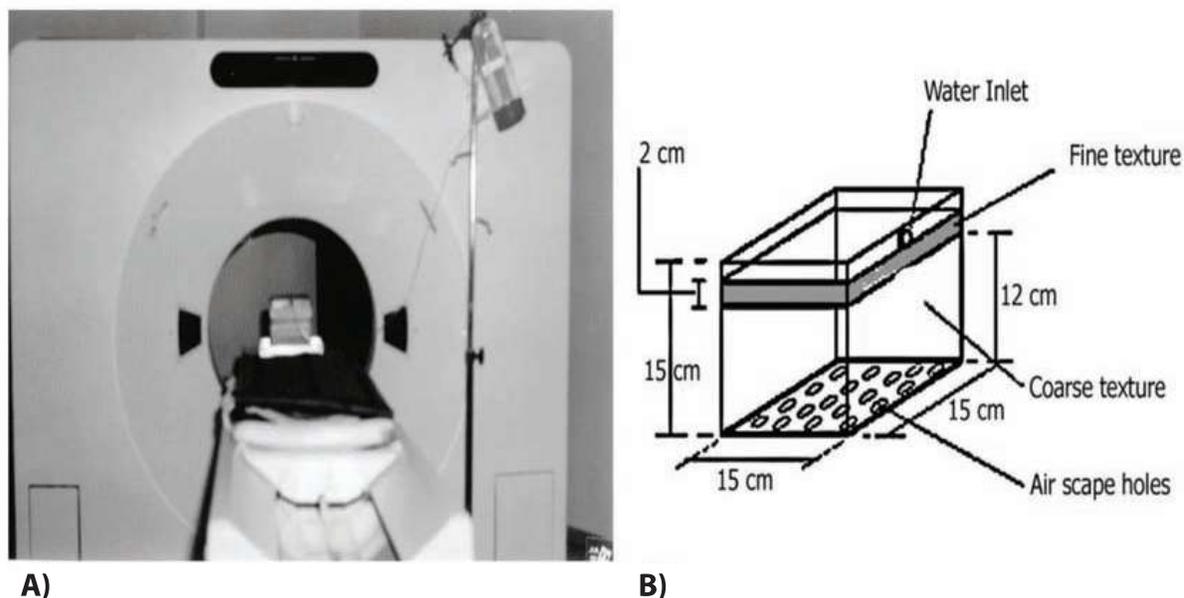


**Figura 9.** Os gráficos (A) e (B) apresentam os parâmetros multifractais  $f(\alpha)_{max}$  e  $\Delta\alpha$  como funções da profundidade. As figuras mostram claramente a diferença de comportamento entre a área cultivada e a não cultivada (mata virgem). Também se pode observar uma zona de transição de máxima perturbação entre 10 e 30 cm de profundidade. Depois que os solos atingem o comportamento de “normalidade” (solo não tratado), os gráficos dos solos cultivados e não cultivados se sobrepõem.

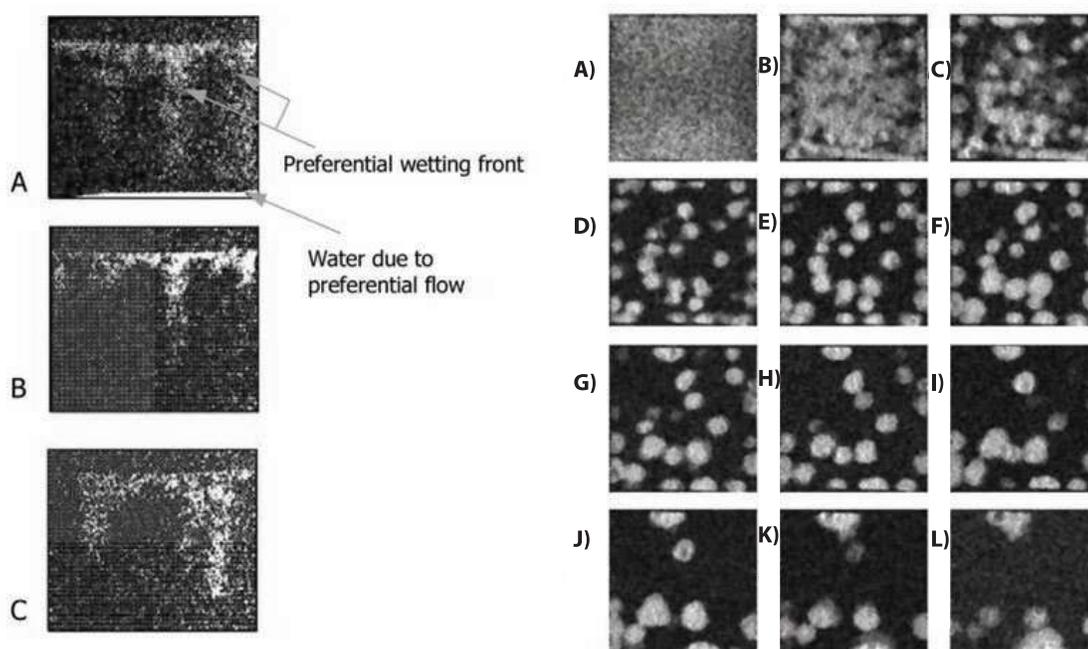
### 3.2.2 Caracterização da dinâmica do fenômeno *fingering* em solos usando imagens por ressonância magnética

Este estudo combina imagens por ressonância magnética (IRM) com a teoria fractal e multifractal para a caracterização da dinâmica do fluxo preferencial em três dimensões, em solos estratificados em laboratório. Para tanto, foi simulado um experimento de solo arenoso de dupla camada preenchida com areia fina e grossa em uma coluna cúbica de dimensões  $0,15 \times 0,15 \times 0,15 \text{ m}^3$  (Figura 10b). O sistema assim montado foi colocado em um sistema de imagens por ressonância magnética (IRM) de campo baixo (500 Gauss) (Figura 10a). O processo de infiltração da água através da coluna cúbica de solo foi acompanhado e registrado em condições de estado estacionário pelo sistema de IRM. Doze seções transversais, com uma resolução de volume voxel  $0,1 \times 0,1 \times 10 \text{ mm}^3$  cada, foram obtidas (Figura 11) e caracterizadas com a teoria fractal e multifractal, seguindo-se o processo da infiltração da água ao longo da gravidade (POSADAS et al., 2009).

Foto: Adolfo Posadas



**Figura 10.** a) Sistema de IMR (laboratório do IFSC-USP) mostrando a coluna cúbica utilizada; b) Desenho da coluna cúbica de solo arenoso de dupla camada (POSADAS et al., 2009).



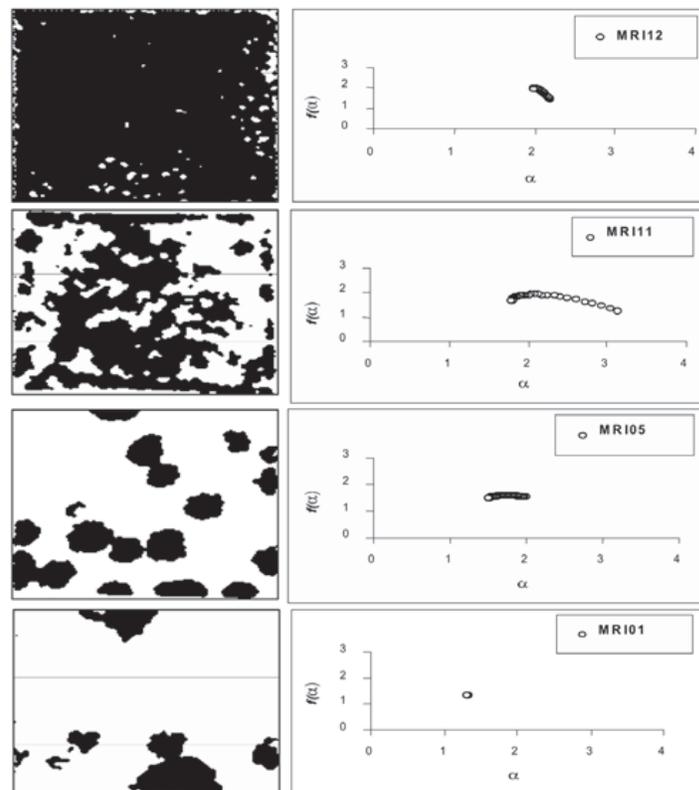
**Figura 11.** Imagens obtidas com o sistema de IRM. A), B), C) representam três secções verticais do fluxo preferencial em condições estáticas. As partes escuras representam áreas secas (meio poroso não invadido) e o cinza-claro zonas úmidas seguindo caminhos preferenciais. As imagens de A) a L) à direita representam as 12 secções horizontais da coluna cúbica seguindo a gravidade. As áreas em cinza-claro apresentam as zonas úmidas de infiltração da água; A) representa uma secção saturada próxima da superfície da coluna (primeira camada); L) corresponde à última secção (fundo); B) a K) representam secções de situações intermediárias (POSADAS et al., 2009).

### 3.2.2.1 Análise multifractal

Para a análise multifractal das 12 imagens digitalizadas apresentadas na Figura 11 $\alpha$ -l), foi seguido o mesmo procedimento como descrito na seção 4.2.1, sendo que os valores de  $L$  (escala) variaram de  $L=8$  (pixels) até  $L=80$  (pixels), e os momentos estatísticos  $\Delta q$  de 0,28 a 14,20 (POSADAS et al., 2009).

### 3.2.2.2 Resultados

A Figura 12 resume a análise multifractal do processo da infiltração preferencial ao longo da coluna cúbica de solo estratificado. O processo de infiltração em toda a camada inicial é lento e uniforme, com uma velocidade vertical constante como uma onda plana (camada inicial na Figura 11 $\alpha$ ), na sequência ao longo da força gravitacional.



**Figura 12.** Imagens por ressonância magnética em 3D do fluxo preferencial e seus espectros multifractais seguindo a direção da gravidade (desde o início MRI12 até o final MRI01). O conjunto representa imagens binárias onde as áreas pretas correspondem à água infiltrada, e as áreas brancas a zonas secas (POSADAS et al., 2009).

Logo que a água atravessa a interface entre as camadas finas e grossas, uma instabilidade hidrodinâmica parece dominar o processo de

infiltração, e os *fingers* (fluxo preferencial) começaram a se desenvolver. Isto está representado na primeira camada (topo) da Figura 12, que corresponde a uma secção com elevada heterogeneidade na distribuição de água, o que diminui em direcção ao fundo da coluna. Este parece ser um bom descritor das condições de estado estacionário em que as imagens foram obtidas.

A Figura 12 mostra a análise multifractal usada para descrever a heterogeneidade da variabilidade espacial da água em cada secção transversal ao longo do perfil da coluna. Uma inspecção rápida ao longo da coluna indica como é a dinâmica do sistema, mesmo a análise sendo feita em condições de estado estacionário do fluxo, uma condição atingida após 137 s de infiltração. Ele vai desde a frente de molhamento instável, a primeira camada do substrato de textura grossa (fatia b na Figura 11) para uma estabilidade hidrodinâmica na parte inferior (fatia l da Figura 11), passando através das secções intermediárias de comportamento caótico (fatias de c a k na Figura 11). As variações espaciais em todas estas condições estão bem caracterizadas pelo espectro multifractal  $f(\alpha)$ , como mostrado à direita da Figura 12.

O espectro multifractal é característico de um sistema heterogêneo com variações de ambos os lados do valor máximo. A partir da dimensão de máxima capacidade ( $D_0$ ) para a esquerda, o espectro descreve o comportamento das áreas onde a água está presente ( $q$  positivo). A assimetria para a direita a partir de  $\alpha=2$  indica dominação de valores pequenos ou extremamente pequenos de água. Isto é uma indicação da existência de caminhos preferenciais (POSADAS et al., 2009).

Assim, a utilização da teoria de multifractais facilitou a descrição da dinâmica do fluxo preferencial e pode ser usada para prever os resultados em condições reais e para melhorar a precisão dos modelos existentes, como o modelo de invasão de percolação, por exemplo. A combinação destas técnicas abre um novo conjunto de opções que pode ser testado para diferentes tipos de solo e condições de manejo.

### 3.3. Aplicações ao estudo de pragas em plantas

#### 3.3.1 Detecção de infecção murcha bacteriana provocada por *Ralstonia solanacearum* em batata (*Solanum tuberosum* L.) através da análise multifractal aplicada a dados medidos remotamente

A murcha bacteriana em plantas de batata, causada pela bactéria *Ralstonia solanacearum* raça 3 biovar 2 (R3bv2), afeta a produção de batata em várias regiões do mundo. A doença torna-se perceptível quando extensos danos à safra já ocorreram. Duas experiências em estufa foram conduzidas para testar a capacidade de um método de diagnóstico de detecção remota, apoiado por análises multiespectrais e multifractais do sinal de reflexão

da luz, para detectar alterações morfológicas e fisiológicas em plantas causadas pela infecção. A análise foi realizada utilizando a Transformada Wavelet Modulus Maxima (WTMM), combinada com a análise multifractal (MF) para avaliar a variabilidade dos sinais de alta resolução temporal e espacial, e as propriedades conservadoras dos processos em escalas temporais e espaciais.

### 3.3.1.1 Experimento

Foram conduzidos dois experimentos em estufas em parcelas separadas no tempo, em Lima, Peru, durante as estações de outono e inverno de 2007. Duas cultivares de batata de resistências diferentes para a *Ralstonia solanacearum* foram testadas: na primeira experiência foram usadas 30 plantas da variedade Canchan, cultivar não resistente, e na segunda experiência foram usadas 30 plantas da variedade Costanera, cultivar resistente. Em ambos os experimentos, tubérculos germinados foram plantados em uma bandeja de plástico de 30 × 45 cm contendo um substrato de Promix Bx. Após 2 semanas, 15 plantas enraizadas de cada experimento foram transplantadas em vasos plásticos contendo 800 g de substrato (polpa macia, areia e solo na proporção de 3:1:1) e previamente inoculadas com a bactéria de *Ralstonia solanacearum*. Além disso, em cada experiência de 15 plantas transplantadas em substrato, plantas não inoculadas foram utilizadas como controles negativos.

### 3.3.1.2 Inoculação de bactérias

A *Ralstonia solanacearum* foi cultivada num meio (pirex) modificado de Kelman (MKM) (FRENCH et al., 1995) sem tetrazólio (TZC) e, em seguida, incubadas a 30 °C durante 48h. Aproximadamente 10 mL de água destilada estéril foi adicionada a cada pirex, e as colônias bacterianas foram agitadas com uma mecha de algodão estéril. A suspensão bacteriana resultante foi padronizada usando um espectrofotômetro Spectronic 20 (BAUSCH e LOMB, EUA) sob uma luz de comprimento de onda de 600 nm até se obter uma densidade óptica de 0,1 de absorvância, que é equivalente a uma concentração de cerca de  $2 \times 10^8$  CFU mL<sup>-1</sup>. Um dia antes do transplante das plantas, o inóculo foi adicionado ao substrato até uma concentração de  $10^6$  células g<sup>-1</sup> de substrato.

### 3.3.1.3 Aquisição de dados de reflectância

A radiação solar refletida pelas plantas individuais foi periodicamente medida antes e após o transplante usando um espectrorradiômetro Li-Cor

LI-1800 (Li-Cor Inc., Lincoln, Nebraska, EUA) assistido por um computador, abrangendo uma região entre 350 e 850 nm de comprimento de onda a uma resolução espectral de 4 nm. Antes das medições, um painel branco de sulfato de bário foi colocado sob o sistema óptico dianteiro, na mesma distância da parte aérea da planta, para medir a radiância refletida que foi utilizada para a calibração do equipamento. Três medições diárias de reflectância por planta foram feitas com o painel branco, e os valores relativos da reflectância foram calculados para estimar a variabilidade espectral. As medições foram realizadas durante aproximadamente 25 dias, a partir de um ou dois dias antes da inoculação de bactérias (CHAVEZ et al., 2012).

#### *3.3.1.4 Avaliação visual dos sintomas de infecção*

Avaliações visuais (baseadas principalmente na clorose e murchamento das folhas) das plantas de controle e das plantas expostas foram realizadas a cada 2 dias para acompanhar o desenvolvimento dos sintomas da doença. No final de cada experiência, as plantas foram testadas individualmente para se detectar a presença das bactérias com o sistema de enriquecimento KIT NCM-ELISA, desenvolvido no CIP (PRIOU et al. 1999), que confirma ou descarta a presença da bactéria no tecido analisado. Portanto, a infecção ativa é definida pela concordância dos sintomas da doença e bactérias na planta, enquanto que uma infecção latente ocorre quando uma planta infectada parece saudável (assintomática) na inspeção visual.

#### *3.3.1.5 Quantificação da refletância discreta por bandas*

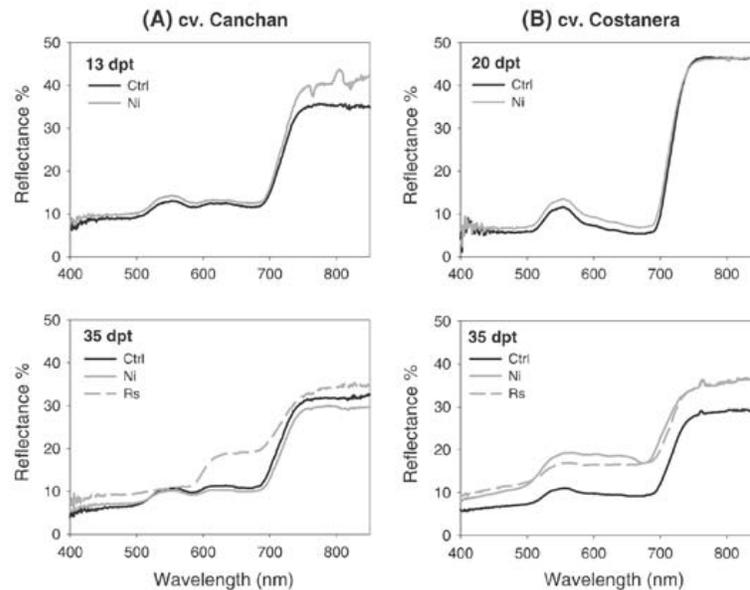
Um método implementado em Chavez et al. (2009, 2010) para a detecção de vírus (PYVV) em batata foi ligeiramente modificado, dividindo-se o espectro de reflexão em 4 bandas discretas para imitar as do Landsat TM: azul (450-520 nm), verde (520-600 nm), vermelho (630-690 nm) e NIR (760-900 nm). A proporção da radiação refletida por banda em relação ao total das quatro bandas foi calculada como uma função do tempo (aumento), resultando em um espectro de refletância heterogêneo que exhibe anomalias ao longo do tempo. Esta avaliação foi realizada com os dados dos dois experimentos para se comparar a informação obtida com os resultados da análise multifractal através da Transformada *Wavelet* Módulo Máximo dos espectros contínuos. Além disso, vários índices espectrais foram calculados para se avaliar sua precisão na detecção do estado de saúde da cultura quando afetados pela doença bacteriana (CHAVEZ et al., 2012).

### 3.3.1.6 *Análise multifractal dos dados baseada na Transformada Wavelet Módulo Máximo*

Neste caso o formalismo multifractal se baseou no fato de que as distribuições de probabilidade dos sinais do espectro da reflectância altamente heterogêneos, resultantes da falta de uniformidade do sistema, tiveram ricas propriedades de escalamento tal como mostrado na Figura 4. Em um sistema de sinal multifractal, o comportamento em torno de qualquer ponto pode ser descrito pelo expoente de Holder ( $\alpha(q;x)$ ) que quantifica a regularidade local do sinal em torno do ponto  $x$ , chamado de expoente de singularidade (MUZY et al., 1991). O conjunto formado por todos os pontos que compartilham o mesmo expoente de singularidade é um conjunto fractal ou multifractal ( $f(\alpha)$ ). A curva de  $f(\alpha)$  vs.  $\alpha$  chamada de espectro multifractal descreve completamente a distribuição estatística do sistema. Assim,  $f(\alpha)$  refere-se a cada grupo de dados tendo a mesma singularidade (representada por  $\alpha$ ). Muzy et al. (1991), Arneodo et al. (1995) e Bacry et al. (2003) desenvolveram um método estatístico para a estimativa do espectro multifractal com base no estudo dos máximos da transformada *wavelet* contínua. Este método é conhecido como a Transformada Wavelet Módulo Máximo (WTMM), que foi utilizado para a análise do sinal de reflectância para se obter o espectro de multifractal (CHAVEZ et al., 2012).

### 3.3.1.7 *Análise WTMM-Multifractal*

Muzy et al. (1991) desenvolveram as equações para a obtenção dos parâmetros multifractais  $\alpha$  e  $f(\alpha)$  através da sua propriedade de invariância de escala. Isso significa que a propriedade física estatística é conservada através das escalas (de fina a grossa), proporcionando uma caracterização mais precisa do fenômeno em estudo. Estes parâmetros dependem da ordem dos momentos estatísticos  $q$ . Por exemplo,  $q=1$  dá o primeiro momento estatístico ou média,  $q=2$  dá o segundo momento estatístico e sua associação com o valor da variância, e assim por diante.



**Figura 13.** Padrões de reflectância das plantas de batata-controle e expostas (Ctrl = Controle, Ni = não infectado, Rs = plantas sintomáticas (infectadas). Plantas do tipo Canchan (esquerda) que desenvolveram a doença (Rs) apresentam um aumento da reflectância. Em contraste, as plantas Rs do tipo Costanera (direita) apresentam um aumento moderado da reflexão da luz (dpt = dias após o transplante no solo inoculado com a bactéria) (CHAVEZ et al., 2012).

A distribuição de probabilidades do sinal  $S(x)$  (Figura 13) da reflectância, dada pela WTMM foi avaliada dentro dos intervalos de tamanhos  $L$ , sendo  $L$  as escalas onde o sistema tem comportamento multifractal (CHAVEZ et al., 2010, 2012). A medida  $\hat{T}(q; L, x_i)$  (distribuição de probabilidades definidas pelos módulos máximos da transformada wavelet) foi normalizada como (MUZY et al., 1991):

$$\hat{T}(q; L, x_i) = \frac{|T_g(L, x_i)|^q}{\sum x_i |T_g(L, x_i)|^q}, \quad (15)$$

onde  $T_g(L, x_i)$  é a transformada wavelet do sinal  $S(x)$  definida como:

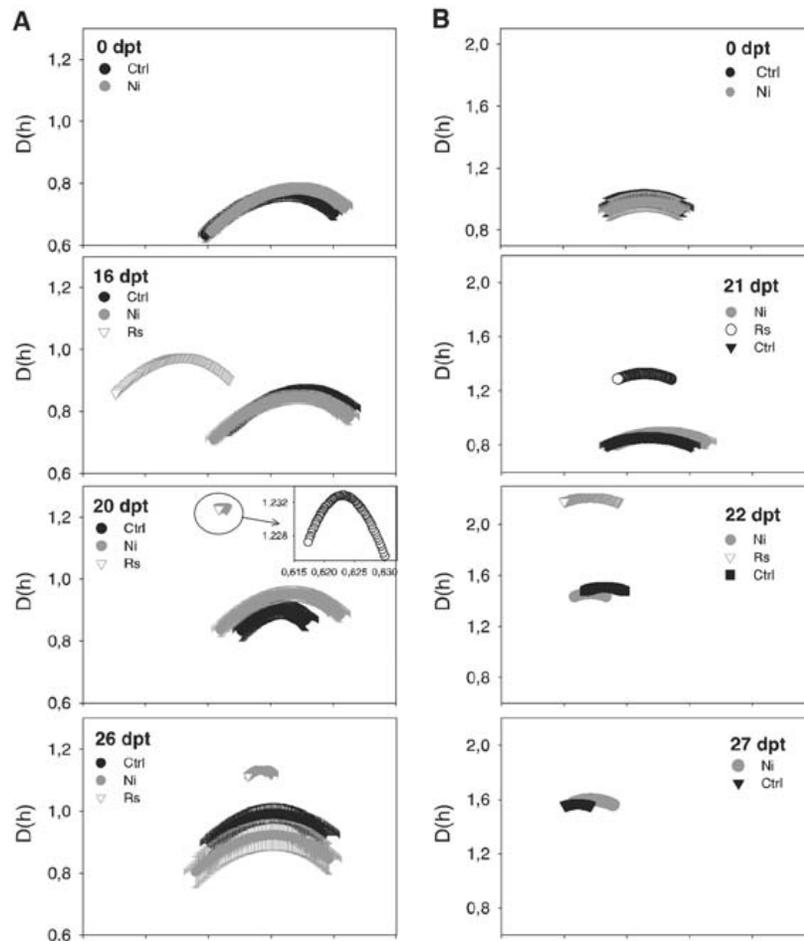
$$T_g(L, x_0) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} S(x) \bar{g} \left[ \frac{x-x_0}{L} \right] dx, \quad L > 0. \quad (16)$$

Assim, uma alternativa para o cálculo dos parâmetros multifractais  $f(q)$  e  $a(q)$  associados com a entropia e a energia interna dos sistemas (sinais  $S(x)$  da reflectância), respectivamente, foi seguir o método canônico desenvolvido por Muzy et al. (1991) e implementadas por McAteer et al. (2007) e CHAVEZ et al. (2010, 2012):

$$h(q) = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{1}{\ln L} \sum_{\{x_i(L)\}_i} \hat{T}(q; L, x_i(L)) \ln |T_g(L, x_i(L))| \quad (17)$$

$$D(q) = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{1}{\ln L} \sum_{\{x_i(L)\}_i} \hat{T}(q; L, x_i(L)) \ln |\hat{T}(q; L, x_i(L))| \quad (18)$$

Para cada  $q$ , valores de  $D(q)$  e  $h(q)$  foram obtidos, a partir da tangente dos gráficos do numerador das equações (17) e (18) vs  $\ln(L)$  e ao longo de todo o intervalo de valores de  $L$  considerados. Os intervalos de valores de  $q$ , em que ambas as funções eram lineares ( $\Delta q$ ), foram seleccionados considerando-se os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) de ambos os ajustes. As funções  $D(h(q))$  e  $h(q)$  obtidas ao longo de um intervalo  $\Delta q$  ( $-2$  a  $2$ ) foram utilizadas para se construir os espectros  $D(h)$  como uma função implícita de  $q$  e de  $L$  (Figura 14).



**Figura 14.** Espectros multifractais das plantas analisadas com os respectivos erros padrões. O primeiro experimento com plantas de batata do tipo Canchan (coluna esquerda, A) e o segundo experimento com batata do tipo Costanera (coluna direita, B), onde Ctrl = Controle, Ni = não infectado, Rs = plantas sintomáticas (infectadas) e dpt = dias após o transplante no solo inoculado com a bactéria (CHAVEZ et al., 2012).

### 3.3.1.8 Resultados

As análises multiespectrais e multifractais foram capazes de detectar plantas assintomáticas (não detectadas absolutamente pelo olho treinado), atingindo uma taxa de sucesso que foi, em média, cerca de 82% do diagnóstico alcançado pela avaliação de enriquecimento NCM-Elisa, no laboratório. Embora vários parâmetros multifractais possam ser utilizados na detecção, a capacidade ou dimensão fractal ( $D_0$  ( $q=0$ )), que pode ser facilmente estimada, foi a mais robusta como um discriminador da doença. É também importante salientar que a reflectância direta nas regiões azuis e vermelhas do espectro eletromagnético foram sensíveis à presença de sintomas da *Ralstonia solanacearum*, ainda que por um curto período de tempo.

O fato de que é possível ilustrar um padrão de reflexão distinto para plantas estressadas em vários comprimentos de onda dentro da seção multiespectral do espectro eletromagnético é uma descoberta útil para pesquisadores com acesso a um espectrorradiômetro ou a imagens de sensoriamento remoto em uma faixa de comprimentos de onda como as de SPOT e AVIRIS. Além disso, faixas discretas do espectro seriam úteis e poderiam ser usadas por sensores descontínuos, como câmeras multiespectrais com base em terra ou espaciais.

O método proposto pode ser uma ferramenta prática e de baixo custo com um alto potencial de utilização para a agricultura de precisão em um programa de vigilância fitossanitária.

## Referências

- AMARAL, L. A. N.; OTTINO, J. M. Complex networks. **The European Physical Journal B - Condensed Matter**, [S. l.], v. 38, n. 2, p. 147-162, 1 mar. 2004.
- ANDRAUD, C.; BEGHADADI, A.; LAFAIT, J. 1994. Entropic analysis of random morphologies. **Physica**, [S. l.], v. 207, p. 208-212, 1994.
- ANDRAUD, C.; BEGHADADI, A.; HASLUND, E.; HILFER, R.; LAFAIT, J.; VIRGIN B. Local entropy characterization of correlated random microstructures. **Physica**, [S. l.], v. 235, p. 307-318, 1997.
- ARNEODO, A.; BACRY, E.; GRAVES, P. V.; MUZZY, J. F. Characterizing long-range correlations in DNA sequences from wavelet analysis. **Physical Review Letters**, [S. l.], v. 74, n. 16, p. 3293-3296, 1995.
- ARNEODO, A. Wavelet analysis of fractals: from the mathematical concepts to experimental reality. In: ERLEBACHER, M. Y. H. G.; JAMESON, L. (Org.). **Wavelets: Theory and applications**. Oxford: Oxford University Press, 1996.
- BACRY, E.; MUZZY, J. F.; ARNEODO, A. Singularity spectrum of fractal signals from wavelet analysis: exact results. **Journal of Statistical Physics**, [S. l.], v. 70, n. 3-4, p. 635-674, 2003.

BRONICK, C. J.; LAL, R. Soil structure and management: a review. **Geoderma**, [S. I.], v. 124, n. 1-2, p. 3-22, jan. 2005.

CALLEN, H. B. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. 2. ed. Nova York: John Wiley & Sons, 1985.

CHAVEZ, P.; ZOROGASTUA, P.; CHUQUILLANQUI, C.; SALAZAR, L. F.; MARES, V.; QUIROZ, R. Assessing Potato Yellow Vein Virus (PYVV) infection using remotely sensed data. **International Journal of Pest Management**, [S.I.], v. 55, p. 251-256, 2009.

CHAVEZ, P.; YARLEQUE, C.; PIRO, O.; POSADAS, A.; MARES, V.; LOAYZA, H. Applying multifractal analysis to remotely sensed data for assessing PYVV infection in potato (*Solanum tuberosum* L.) crops. **Remote Sensing Journal**, [S.I.], v. 2, n. 5, p. 1197-1216, 2010.

CHAVEZ, P.; YARLEQUE, C.; LOAYZA, H.; MARES, V.; HANCCO, P.; PRIOU, S.; PILAR MARQUEZ M.; POSADAS, A.; ZOROGASTU, P. et al. Detection of bacterial wilt infection caused by *Ralstonia solanacearum* in potato (*Solanum tuberosum* L.) through multifractal analysis applied to remotely sensed data. **Precision Agriculture**, [S.I.], n. 13, p. 236-255, 2012.

CHHABRA, A. B.; JENSEN, R.V. Direct determination of the  $f(\alpha)$  singularity spectrum. **Physical Review Letters**, [S.I.], n. 62, p. 1327-1330, 1989.

CHU, D.; STRAND, R.; FJELLAND, R. Theories of Complexity. **Complexity**, [S.I.], v. 8, n. 3, p. 19-30, 2003.

CRESTANA, S.; FRAGALLE, E. P. A trilha da quinta potência: um primeiro ensaio sobre ciência e inovação, agricultura e instrumentação agropecuária brasileiras. **Revista Eixo**, [S.I.], v. 1, n. 1, p. 7-19, 2011.

FEDER, J. **Fractals**. Nova York: Plenum Press, 1988.

FRENCH, E. R.; GUTARRA, L.; ALEY, P.; ELPHINSTONE, J. Culture media for *Pseudomonas solanacearum*: isolation, identification and maintenance. **Fitopatologia**, [S.I.], v. 30, p. 126-130, 1995.

GILLESPIE, D. T. **Markov Processes: AAn Introduction for Physical Scientists**. [S.I.] Elsevier, 1991. p. 592.

GOUYET, J. F. **Physics and Fractals Structure**. Nova York: Springer, 1996.

GRASSBERGER, P. On the critical behavior of the general epidemic process and dynamical percolation. **Mathematical Biosciences**, [S. I.], v. 63, n. 2, p. 157-172, 1983.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Characterization of strange attractors. **Physical Review Letters**, [S.I.], v. 50, p. 346-349, 1983.

HALSEY, T. C.; JENSEN, M. H.; KADANOFF, L. P.; PROCACCIA, I.; SHRAIMAN, B. I. Fractal measures and their singularities of strange sets. **Physical Review A**, [S.I.], v. 33, p. 1141-1151, 1986.

HENTSCHEL, H. G. E.; PROCACCIA, I. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractor. **Physica D**, [S.I.], v. 8, p. 435-444, 1983.

- KORVIN, G. **Fractals Models in the Earth Sciences**. Amsterdã, Países Baixos: Elsevier, 1992. 396 p.
- MAITRA, C. et al. On the Volterra and Other Nonlinear Models of Interacting Populations. **Reviews of Modern Physics**, [S.I.], v. 43, n. 2, p. 231-276, abr. 1971.
- MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. 2. ed. Nova York: W.H. Freeman and Company, [S.I.], 1982. 468 p.
- McATEER, R. T. J.; YOUNG, C. A.; IRELAND, J.; GALLAGHER, P. T. The bursty nature of solar flare X-ray emission. **The Astrophysical Journal**, [S.I.], n. 662, p. 691-700, 2007.
- MUZY, J. F.; BACRY, E.; ARNEODO, A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. **Physical Review Letters**, [S.I.], n. 67, p. 3515-3518, 1991.
- NEWMAN, M. **Networks: An Introduction**. [S.I.]: Oxford University Press, 2010. 784 p.
- PEREZ-RECHE, F. et al. Biologica invasion in soil: complex network analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON DIGITAL SIGNAL PROCESSING 16., 2009. **Anais...** [S.I.]: IEEE, 2009.
- POSADAS, D. A. N.; GIMENEZ, D.; BITTELLI, M.; VAZ, C. M. P.; FLURY, M. Multifractal Characterization of Soil Particle-Size Distributions. **Soil Science Society of America Journal**, [S. I.], v. 65, p. 1361, 2001.
- POSADAS, D. A. N.; GIMENEZ, D.; QUIROZ, R.; PROTZ, D R. Multifractal Characterization of Soil pore systems. **Soil Science Society of America Journal**, [S. I.], n. 67, p. 1361-1369, 2003.
- POSADAS, D. A. N., QUIROZ, R.; ZOROGASTÚA, P. E.; LEÓN-VELARDE, C. Multifractal Characterization of the Spatial Distribution of Ulexite in a Bolivian Salt Flat. **International Journal of Remote Sensing**, [S.I.], v. 26, p. 615-627, 2005.
- POSADAS, A.; QUIROZ, R.; TANNUS, A.; CRESTANA, S.; VAZ, C. M. Characterizing water fingering phenomena in soils using magnetic resonance imaging and multifractal theory. **Nonlinear Processes in Geophysics**, [S. I.], v. 16, p. 159-168, 2009.
- PRIOU, S.; GUTARRA, L.; ALEY, P. Highly sensitive detection of *Ralstonia solanacearum* in latently infected potato tubers by post-enrichment enzyme-linked immunosorbent assay on nitrocellulose membrane. **EPPO/OEPP Bulletin**, [S.I.], v. 29, p. 117-125, 1999.
- REICHL, L. E. **A Modern Course in Statistical Physics**. Weinheim: [S. I.] Wiley-VCH, 2009. p. 427.
- RINGROSE-VOASE, A. J. Measurement of soil macropore geometry by image analysis of sections through impregnated soil. **Plant and Soil**, [S. I.], v. 183, n. 1, p. 27-47, 1996.
- SHANNON, C. E.; WEAVER, W. **The mathematical theory of communication**. University of Illinois Press: Urbana, 1949. 125 p.
- SAKAI, K. **Nonlinear Dynamics and Chaos in Agricultural Systems**. [S. I.: s. n.], 2001.

Conceitos e aplicações da instrumentação para o avanço da agricultura

STANLEY, H. E. **Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena**. [S. l.]: Oxford University Press, 1987. p. 336.

STANLEY, H. E.; MEAKIN, P. Multifractal phenomena in physics and chemistry. **Nature**, London, v. 335, p. 405-409, 1988.

STRUZIK, Z. R. Determining local singularity strengths and their spectra with the wavelet transform. **Fractals**, [S. l.], v. 8, p. 163-179, 2000.

VAZ, C. M. P.; CRESTANA, S.; REICHARDT, K. Tomografia computadorizada na avaliação da compactação de solos. **Revista brasileira de ciência do solo**, [S. l.], v. 16, n. 2, p. 153-159, 1992.

VIANA, M. P. et al. Modularity and robustness of bone networks. **Molecular BbioSystems**, [S. l.], v. 5, n. 3, p. 255-261, mar. 2009.

VICSEK, T. **Fractal growth phenomena**. 2. ed. Singapura: World Scientific Publishing Co., 1992.

VOSS, R. F. Fractals in nature: from characterization to simulation. In: PEITGEN, H. O.; SAUPE, D. (Org.). **The Science of Fractal Image**. Nova York: Springer, 1988. p. 21-69.