



Modelagem do avanço da frente de molhamento a partir de ensaio de infiltração

Patricia Figueredo de Sousa

Eng. Civil, Aluna de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil, patriciafigueredodesousa@gmail.com

João de Mendonça Naime

Eng. Eletrônico, Embrapa Instrumentação Agropecuária, São Carlos, São Paulo, Brasil, joao.naime@embrapa.br

Silvio Crestana

Físico, Embrapa Instrumentação Agropecuária, São Carlos, São Paulo, Brasil, silvio.crestana@embrapa.br

André Luís Brasil Cavalcante

Eng. Civil, Professor do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil, albrasilc@gmail.com

RESUMO: O conhecimento das propriedades do solo não saturado é de suma importância para a resolução de diversos problemas geotécnicos. Assim, estimativas da infiltração de água no solo por meio de modelos analíticos vem ganhando destaque. Neste artigo, tal análise é realizada com base na retroanálise de dados da variação do teor de umidade volumétrico durante um ensaio de infiltração. A metodologia utilizada baseia-se no emprego de uma solução analítica da Equação de Richards para estimar o fluxo de água na amostra. Os resultados obtidos mostraram o potencial da solução empregada em modelar a frente de molhamento durante a infiltração.

PALAVRAS-CHAVE: Solução Analítica da Equação de Richards, Solos Não Saturados, Ensaio de Infiltração.

1 INTRODUÇÃO

Para a Geotecnia, a compreensão do fluxo de água no solo é essencial em um grande número de problemas práticos cujas soluções envolvem o emprego de conceitos relativos a solos não saturados e a obtenção das suas propriedades físicas e hidráulicas.

Dois exemplos comuns desses tipos de problema para a engenharia geotécnica que mostram a importância do estudo do fluxo de água, são: o estudo da eficiência de barramentos pela análise da movimentação de água e a determinação da variação da resistência de um talude devido a

mudanças no teor de umidade presente no meio (Mascarenhas, 2018). Sendo, deste modo, imprescindível a compressão física e matemática deste fenômeno, e isto parte inicialmente do entendimento da equação que rege o fluxo.

A equação que modela o fenômeno do fluxo de água em solos não saturados é conhecida como Equação de Richards. Esta equação é obtida ao considerar a validade da continuidade do fluxo e da lei de Darcy para o caso não saturado. Esta equação diferencial é altamente não linear e complexa, necessitando do emprego de algumas simplificações para sua resolução, como apresentado nos trabalhos de Papagianakis e

Fredlund (1984), Lam et al. (1987) e Cavalcante e Zornberg (2017a).

2 FLUXO VERTICAL TRANSIENTE NÃO SATURADO

Para a compreensão do fenômeno de fluxo não saturado em meios porosos, uma equação diferencial parcial não linear se destaca, a Equação de Richards. Esta equação governa a migração de fluido no solo assumindo a validade da Lei de Darcy e da continuidade do fluxo.

Para fluidos incompressíveis e homogêneos, o princípio da continuidade implica que haja um balanço entre a quantidade de fluxo que entra e sai de um dado volume analisado, sendo expresso para o caso unidimensional por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (1)$$

onde:

θ : teor de umidade volumétrico

v_i : descarga específica na direção de fluxo i .

Já para o caso não saturado, diferente do saturado, o coeficiente de permeabilidade (k) é variante com a sucção (ψ) e conseqüentemente como o teor de umidade volumétrico presente no meio. Sendo a Lei de Darcy-Buckingham utilizada para definir a relação entre velocidade (v) e carga hidráulica (ϕ), conforme é apresentado na Eq. (2).

$$v_z = -k_z(\psi) \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2)$$

Por sua vez, a carga hidráulica é obtida pela equação de Bernoulli, considerando a parcela de velocidade desprezível em relação as demais. O que permite obter uma relação entre carga hidráulica e sucção (considerando que a sucção osmótica na condição avaliada é desprezível) escrita por:

$$\phi = \frac{\psi}{\gamma_w} - z \quad (3)$$

Assim, por meio dessas três equações acima, obtém-se para o caso unidimensional de

escoamento em meio poroso não saturado, a seguinte forma da equação de Richards:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial k_z(\psi)}{\partial z} \quad (4)$$

Como θ e ψ na Eq. (4) são variáveis dependentes, é mais conveniente expressar esta equação em termos de $\psi = f(\theta)$ ou $\theta = g(\psi)$, desse modo, escolhendo θ como variável independente tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z(\theta)}{\rho_w g} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (5)$$

Da Eq. (5) dois termos importantes podem ser definidos: difusividade hidráulica (D_z) e velocidade advectiva (a_s), conforme é apresentado nas Eq. (6) e (7).

$$D_z = \frac{k_z(\theta)}{\rho_w g} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (6)$$

$$a_s = \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial \theta} \quad (7)$$

Explicitando os valores de D_z e a_s das Eqs. (6) e (7) na Eq. (5), obtém-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - a_s \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (8)$$

Dada a complexidade desta equação, ela não apresenta uma solução analítica fechada para todos os casos, sendo necessárias algumas considerações para a sua resolução e a obtenção de informações com a curva característica e função de condutividade hidráulica não saturada. A solução analítica utilizada nesta pesquisa é descrita na subseção 3.2 deste trabalho.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste trabalho será discutido o emprego da solução analítica da Equação de Richards apresentada por Cavalcante e Zornberg (2017a) para modelar o avanço da frente de molhamento em uma amostra de Latossolo Vermelho Distroférico (LVdf) durante o ensaio de infiltração.

A seguir são descritos os materiais e os procedimentos metodológicos utilizados para a

realização desta pesquisa.

3.1 Materiais

Os dados obtidos para tal análise diz respeito a pontos do teor de umidade volumétrico variando ao longo do tempo de ensaio de infiltração, obtidos por tomografias realizadas por Naime (2001) em uma única seção do corpo-de-prova de LVdf.

A amostra avaliada é oriunda da Fazenda da Embrapa localizada no município de São Carlos, estado de São Paulo. Conforme apresentado por Naime (2001), a textura desse solo é composta de 45% de argila, 13% de silte e 42% de areia. A fração de argila desse solo é constituída de caulinita, mineral 1:1.

Anterior a realização dos ensaios de infiltração, Naime (2001) preparou o solo coletado, destorroando-o e secando-o em estufa durante 24 horas a 105 °C. Após essa etapa, ele peneirou o solo em malha de 1 mm e o acondicionou em um tubo de PVC de 40 mm de diâmetro e 150 mm de altura.

Para induzir o fluxo descendente de água na coluna a ser ensaiada, Naime (2001) impôs uma lâmina d'água de 5 mm no topo da amostra, durante todo o tempo de ensaio. Na Figura 1, encontram-se dispostos os valores medidos de teor de umidade volumétrico para cada uma das tomografias realizadas. O acompanhamento do avanço da infiltração foi feito em uma única seção à 93,5 mm do topo da coluna de solo ensaiada.

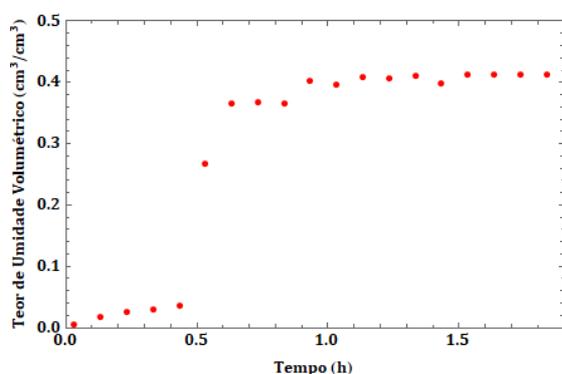


Figura 1. Perfil de umidade durante a infiltração de água a 93,5 mm do topo da amostra.

O intervalo de leitura entre os pontos

apresentados na Figura 1 é de 6 minutos.

3.2 Modelo para estimativa da frente de molhamento

Para modelar o avanço da frente de molhagem durante a infiltração dos dados apresentados na Figura 1, foi utilizado a solução analítica da Equação de Richards (Eq. 8) proposta por Cavalcante e Zornberg (2017a) para o caso de fluxo de vertical não saturado em coluna de solo semi-infinita, cujo teor de umidade volumétrico se mantém constante no topo da amostra ao longo do tempo de ensaio (Eq. (9)). A solução apresentada pelos autores citados baseia-se em assumir que os valores de difusividade hidráulica e velocidade advectiva podem ser considerados constantes durante o movimento de água no solo.

A equação que define esta solução é apresentada na Eq. (9).

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_o - \theta_i) \cdot 0,5A(z, t) \quad (9)$$

onde:

$$A(z, t) = \operatorname{erfc}(Z_{-1}) + \exp\left(\frac{\bar{\alpha}z}{D}\right) \operatorname{erfc}(Z_{+1}) \quad (10)$$

e

$$Z_{\pm 1} = \frac{z \pm \bar{\alpha}t}{2\sqrt{D}t} \quad (11)$$

Nas Eqs. (9), (10) e (11), z é a profundidade avaliada, θ_o é o teor de umidade volumétrico no topo da coluna, que para a solução utilizada é constante, sendo θ_i o teor de umidade volumétrico para $\theta(t = 0, z)$.

Mais detalhes sobre a solução citada acima podem ser obtidos no trabalho de Cavalcante e Zornberg (2017a) e Cavalcante e Zornberg (2017b). Cabe destacar que a referida solução é específica para solos unimodais cuja porosidade se mantém constante durante a movimentação de água.

3.3 Realização do ajuste da curva de infiltração

A realização do ajuste da curva de variação

temporal do teor de umidade volumétrico (Eq.(9)) aos dados apresentados na Figura 1, foi feito com o auxílio do software *Mathematica* utilizando o comando de ajuste *NonlinearFitModel*. Os parâmetros aferidos durante o ajuste dos pontos do ensaio de infiltração foram velocidade advectiva e difusividade. Os dados de entrada do modelo foram: (a) z igual a posição das leituras realizadas pelo tomógrafo, 0,0935 m, (b) θ_o com sendo igual ao valor do teor de umidade saturado assumido por Naime (2001), 45% e (c) θ_i igual ao menor valor de teor de umidade volumétrico medido, neste caso, igual a 0,5%.

Após a definição da função $\theta(z, t)$ para a amostra estudada pelo ajuste dos dados da Figura 1, foram traçadas as curvas de avanço da frente molhamento.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os valores dos parâmetros obtidos durante o ajuste dos dados apresentados na Figura 1 à Eq. (9) são apresentados na Tabela 1. A curva ajustada é apresentada na Figura 2, e os resíduos do ajuste na Figura 3.

Tabela 1. Parâmetros obtidos no ajuste dos pontos de variação temporal do teor de umidade volumétrico.

Parâmetro obtido	Valor
Difusividade (m ² /h)	8,9.10 ⁻²
Velocidade advectiva (m/h)	1,7.10 ⁻¹
R ²	0,99

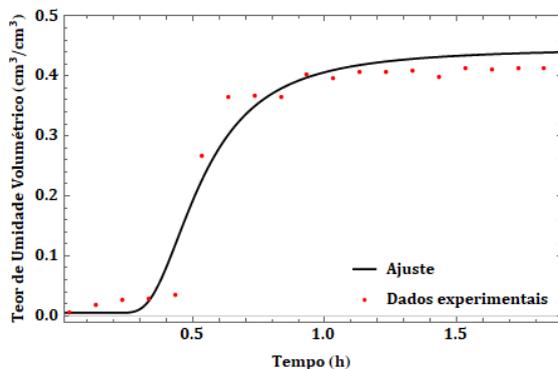


Figura 2. Ajuste do modelo de variação do teor de umidade volumétrico de Cavalcante e Zornberg (2017a).

Ao analisar o ajuste da Figura 2, é provável que melhores valores fossem obtidos se o valor do teor de umidade saturado fosse menor do que o utilizando (45%). Sendo este valor próximo dos

pontos do patamar superior, como por exemplo, 41%, isso indica que provavelmente o teor de umidade saturado desta amostra seja por volta de 41% e não 45%, como assumido.

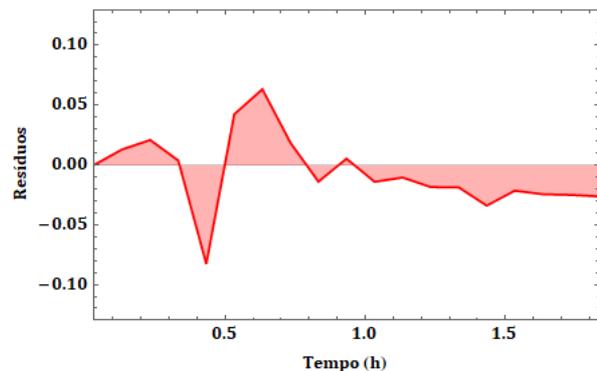


Figura 3. Resíduos do ajuste usando modelo de Cavalcante e Zornberg (2017a) aos dados de infiltração.

Para o ajuste apresentado, os maiores valores de resíduos foram encontrados nas regiões de mudança de comportamento da curva de teor de umidade volumétrico variando com o tempo. Os valores de 0,08 e 0,06, em módulo, foram encontrados no último ponto do patamar inferior e no primeiro ponto do patamar superior da curva, respectivamente. Quanto a região de maiores resíduos, algo similar foi observado por Mascarenhas (2018) ao utilizar uma das soluções analíticas da Equação de Richards apresentada por Cavalcante e Zornberg (2017a).

Diante disso, afim de obter melhor representatividade da curva de ajustada foi refeito o ajuste dos dados para θ_o igual a 41,3%, que corresponde ao valor do teor de umidade volumétrico do último ponto do patamar superior. Os parâmetros obtidos deste ajuste são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros obtidos no ajuste dos pontos de variação temporal do teor de umidade volumétrico para $\theta_o=41,3\%$.

Parâmetro obtido	Valor
Difusividade (m ² /h)	4,2.10 ⁻²
Velocidade advectiva (m/h)	1,8.10 ⁻¹
R ²	1,00

Ao comparar os valores apresentados nas Tabelas 1 e 2, pode-se notar que a velocidade advectiva praticamente não foi alterada. A maior mudança entre os ajustes foi no valor de difusividade hidráulica, que sofreu uma redução

apesar da ordem de grandeza desta variável continuar a mesma. Uma menor difusividade hidráulica representa uma menor capacidade de retenção de água no solo, como pode ser deduzido pela observação da Eq. (6).

Na Figura 4 é plotado apenas a influência da parcela difusiva de fluxo obtida pelos dois ajustes para z igual 0,0935 m, nota-se uma diferença expressiva nos valores de teores de umidade volumétricos obtidos por cada uma das funções ajustadas.

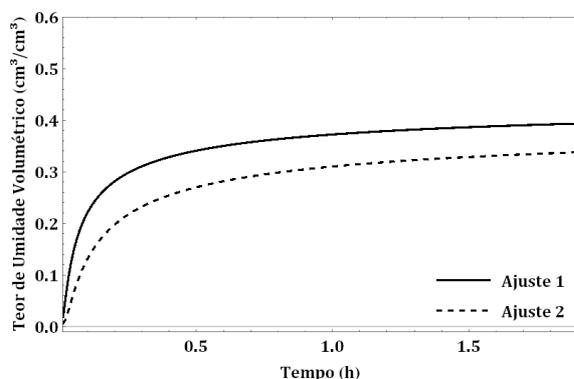


Figura 4. Comparação da influência da parcela difusiva de fluxo para cada um dos ajustes

A nova curva ajustada é apresentada na Figura 5.

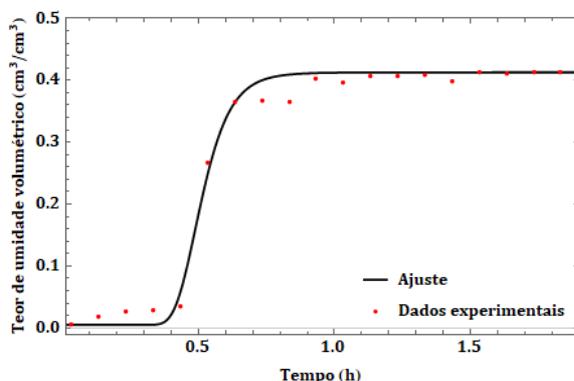


Figura 5. Ajuste do modelo de variação do teor de umidade volumétrica de Cavalcante e Zornberg (2017a) para $\theta_0=41,3\%$.

Os resíduos do ajuste da curva exibida na Figura 5, são apresentados na Figura 6. Nota-se que a área do gráfico de resíduos diminuiu, o que representa uma redução na diferença entre os valores experimentais e os preditos pela função de retroanálise e conseqüentemente, que o ajuste foi melhor. Neste caso, o valor do maior resíduo observado foi de 0,04.

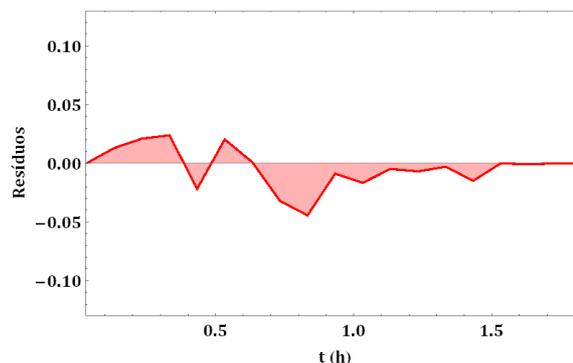


Figura 6. Resíduos do ajuste usando modelo de Cavalcante e Zornberg (2017a) aos dados de infiltração $\theta_0=41,3\%$.

Com a função de teor de umidade volumétrica “otimizada”, foi confeccionado o gráfico de avanço da frente de molhamento para a amostra de LVdf avaliada. No gráfico da Figura 7, pode-se observar que há uma redução no gradiente de umidade com o incremento da profundidade, sendo máximo imediatamente abaixo do topo da coluna ensaiada.

Na Figura 7 também pode ser observado que o teor de umidade da base da coluna de solo amostrada só começa a sofrer alteração do seu valor inicial cerca de 36 minutos após o início do ensaio de infiltração. Neste modelo, o teor de umidade volumétrica se mantém constante no topo da coluna ao longo do ensaio, como também pode ser observado neste gráfico através da observação da reta verde. Pela previsão da curva ajustada, ao final das medições do ensaio de infiltração, o teor de umidade volumétrica na base da amostra foi de 41,3%, o que indica que a coluna de solo se encontra totalmente saturada. Esse valor foi atingido 100 minutos após o início do ensaio.

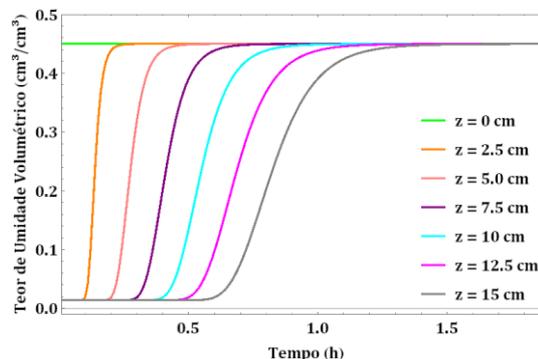


Figura 7. Perfil de umidade em instantes variados ao longo da coluna de solo.

A baixa capacidade de retenção de água observada na amostra (Figura 8) pode ser

justificada pela presença do mineral caulinita no solo. Este argilomineral é formado por uma estrutura química que produz um firme empacotamento com ligações de hidrogênio que impedem a separação dessa estrutura e inibe a entrada de água dentro do arranjo estrutural do mineral (Pinto, 2006). Solos com quantidades expressivas desse argilomineral, apresentam menor macroporosidade e uma menor permeabilidade. A presença desse mineral junto com os baixos teores de umidade residual medidos (<1%) são indicativos de uma provável bimodalidade desse solo. Embora como visto, isso não influenciou nos bons resultados obtidos pelo emprego de uma solução específica para solos unimodais.

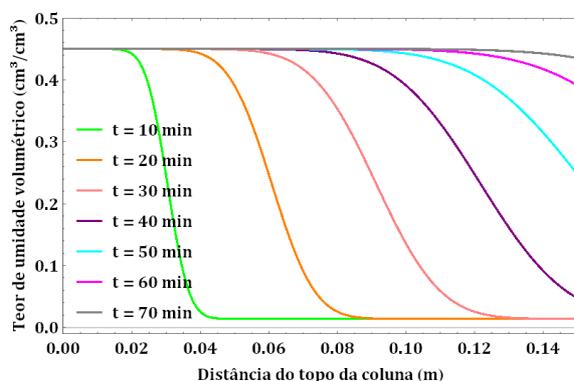


Figura 8. Estimativa da variação temporal do teor de umidade volumétrico em diferentes seções do corpo-de-prova.

5 CONCLUSÕES

Um dos objetivos de modelar o comportamento hidráulico de um solo é estimar o movimento de água durante a infiltração imposto por um dado gradiente hidráulico. Pelo modelo de Cavalcante e Zornberg (2017a) é possível estimar o avanço da frente de molhamento ao longo do tempo em um espaço definido quando conhecida a função $\theta(z, t)$. Neste trabalho, os resultados apresentados mostraram a efetividade da solução analítica empregada para modelar a infiltração de água em uma amostra de latossolo mesmo com o provável indicativo de bimodalidade do solo.

A retroanálise dos dados de infiltração obtidos por tomografias realizadas por Naime (2001) permitiu aferir a função do teor de umidade volumétrico variando no tempo e espaço e,

consequentemente, as curvas do avanço da frente de molhamento para a amostra de latossolo estudada.

Por meio do ajuste da função proposta por Cavalcante e Zornberg (2017a) também foi possível obter os valores de difusividade e a velocidade advectiva da amostra, que como mostrado por eles, estão relacionados com a condutividade hidráulica e a retenção de água do meio, mostrando quão importante é a metodologia apresentada neste trabalho para o estudo do movimento de água em solos não saturados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAP-DF), a Embrapa Instrumentação e a Universidade de Brasília (UnB) pelo apoio dado durante a realização da pesquisa que subsidiou a produção deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Cavalcante, A.L.B. e Zornberg, J.G.: (2017a). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problems. I: Analytical Solutions. *International Journal of Geomechanics*, volume 17(7), p. 04017013.
- Cavalcante, A.L.B. e Zornberg, J.G.: (2017b). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problems. II: Numerical Solutions. *International Journal of Geomechanics*, volume 17(7), p. 04017014.
- Lam, L. et al. (1987). Transient seepage model for saturated-unsaturated soil systems: A geotechnical engineering approach. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 24, p. 565-580.
- Mascarenhas, P.V.S.: (2018). Modelagem Fracionária do Fluxo de Água em Meio Poroso Não Saturado. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. 128 p.
- Naime, J. M. (2001). *Um novo método para estudos dinâmicos, in situ, da infiltração da água na região não saturada do solo*. São Carlos, Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, 145 p.
- Papagianakis, A. T. E Fredlund, D. G. (1984). A steady state model for flow in saturated-unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 21, p. 419-430.
- Pinto, C.S.: (2006). Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas, volume 1. *Oficina de Textos*, São Paulo, 3 ed.

