

15

Softwares para o manejo de precisão de teca em monocultivo e em sistema de ILPF

Edilson Batista de Oliveira

Introdução

Neste capítulo são apresentados dois softwares de simulação desenvolvidos pela Embrapa Florestas, para dar suporte às atividades de manejo e de planejamento da produção de plantações de teca (*Tectona grandis* L. f.). O primeiro é o SisTeca[®]. Lançado por Oliveira (2007), esse programa computacional possibilita estimar o crescimento e a produção madeireira das plantações de teca, para diferentes condições de clima e de solo, em função dos regimes de manejo que o próprio usuário indica. O segundo é o SisILPF_Teca[®], com funções semelhantes ao SisTeca[®], mas destinado aos sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta (ILPF). Os dois foram programados na linguagem Delphi e podem ser baixados gratuitamente pelo link: <https://www.cnpf.embrapa.br/software/>.

Ambos os softwares quantificam a madeira produzida em cada idade, por tipo de utilização industrial, por meio do sortimento da produção para diversas dimensões de toras pré-estabelecidas. Eles possibilitam a obtenção de prognoses de produção presente e futura, cujo impacto econômico pode ser verificado por meio de um software de análise econômica, instalado conjuntamente, o Planin[®] apresentado em outro capítulo do presente livro. Os resultados gerados por meio desses softwares darão subsídios para o produtor rural aplicar, em sua plantação, a melhor alternativa de manejo, com objetivos previamente avaliados para serem atingidos. Desta forma, a floresta poderá ser manejada para a produção de madeira direcionada ao uso que melhor se adeque aos objetivos do produtor.

Esses softwares estimam também o carbono capturado pelas árvores, apresentando o equivalente em CO₂. O SisILPF_Teca[®] calcula, também, o equivalente em metano e gera gráficos com estimativas do número de animais por hectare que podem ter a emissão de metano compensada pelas árvores do sistema de ILPF considerado.

Com os resultados das simulações do crescimento e da produção de sua floresta, o produtor rural passa a contar com suporte de tecnologias adequadas para um manejo e planejamento florestal de precisão, com informações visando otimizar a produção e aumentar a sua renda.

Diferentes regimes de manejo podem ser simulados, com vários desbastes, ao longo do ciclo de cultivo. Os tipos de desbaste contemplados são:

- a) **Sistemático:** quando se cortam as árvores a partir de um esquema fixo de escolha, por exemplo, a cada cinco fileiras de árvores, corta-se toda uma fileira, deixando quatro sem cortar, em função da disposição das árvores no povoamento. Este tipo de

desbaste pode contemplar a remoção de árvores, de forma a manter uma distribuição espacial das copas, para melhor aproveitamento dos recursos do sítio, em especial a luz, evitando espaços vazios;

b) Seletivo: basicamente são cortadas as árvores de menor porte (seletivo por baixo) do povoamento. Neste tipo de desbaste, tanto a variável diâmetro quanto a altura devem ser levadas em conta na escolha das árvores a serem cortadas e,

c) Misto: em que se processa primeiro o desbaste sistemático e, em seguida, nas linhas remanescentes, o seletivo.

Descrição do SisTeca®

A tela que centraliza todas as informações do SisTeca® está apresentada na Figura 1. Ela indica os ícones para o acesso às informações necessárias ao processamento, com acesso a todas as telas de entradas de dados.

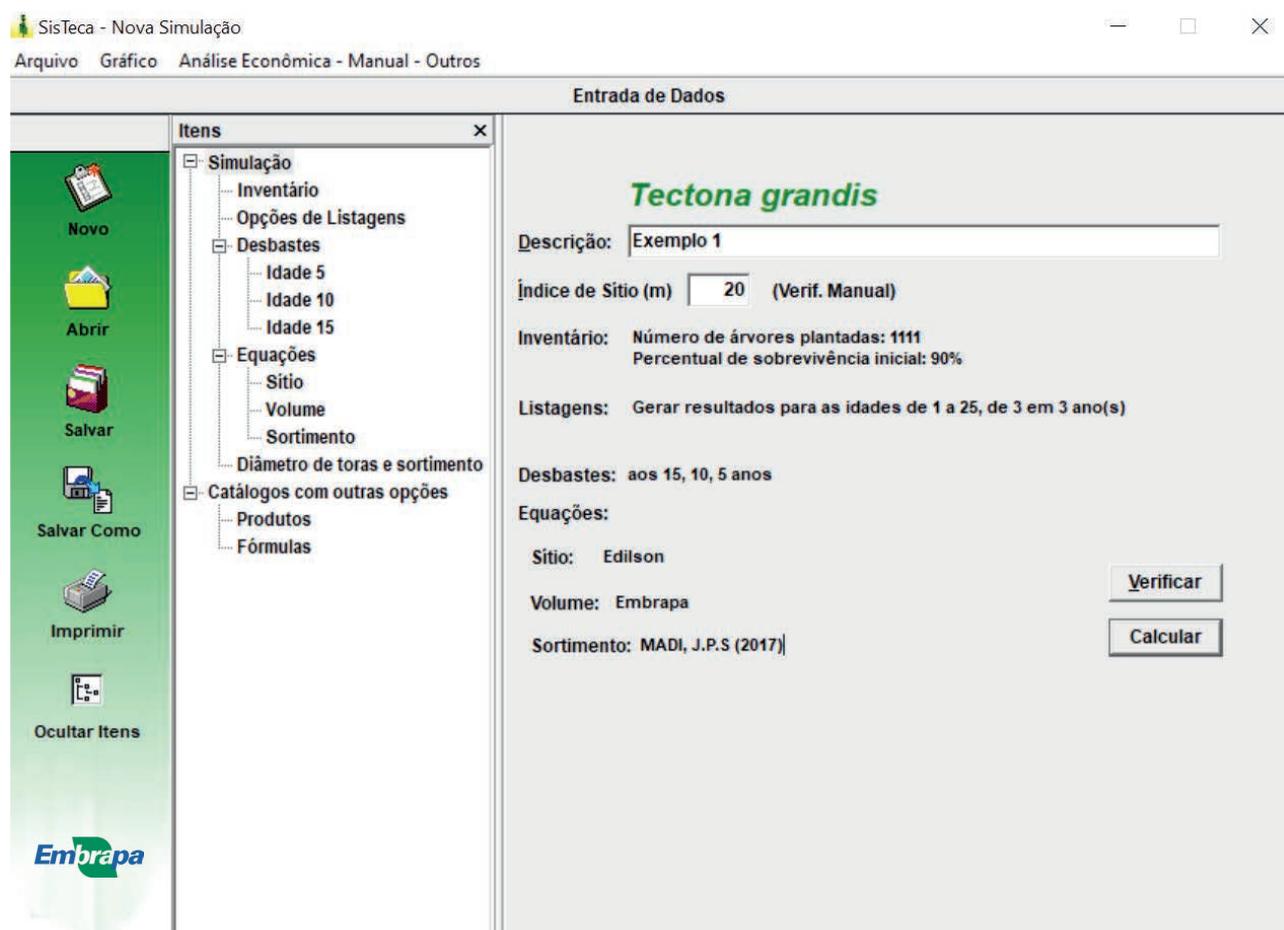


Figura 1. Tela com o menu inicial do software SisTeca®.

A barra de botões, situada na posição superior esquerda da tela, possui os comandos do menu e agiliza a realização das tarefas mais frequentes. As faixas da parte superior e inferior da tela permitem a troca rápida entre os contextos “Entrada de Dados” e “Resultado”.

Esta tela dá acesso às telas de “Inventário”, “Opções de Listagens” e informações sobre “Desbastes”. Nela deverá ser informado o “Índice de sítio”. Nesta mesma tela estão também os acessos para os três módulos de Equações: “Sítio”, “Volume” e “Sortimento”. No software constam estas equações com representatividade para as médias das regiões produtoras. Entretanto, todas podem ser substituídas pelo próprio usuário, por outras que melhor representem o seu plantio. O software possui um “Catálogo” com alguns modelos, e pode ser ampliado com o uso de outros modelos informados ou definidos pelo usuário, que ficarão gravados e disponíveis para o acesso de forma rápida.

Os itens “Equações” e “Índice de sítio” são as bases permitindo que o software seja aplicável aos locais com diferentes potenciais de produção. Por ser um pouco complexo para os usuários com pouca experiência em engenharia florestal, será fornecida adiante uma breve explicação sobre o funcionamento destes itens.

Uma equação de sítio descreve como as características de um determinado local ou sítio (solo e clima) afetam o crescimento das árvores. Ela descreve o crescimento da altura dominante em diferentes qualidades de sítio. A altura dominante pode ser definida como a altura média das cem árvores com o maior diâmetro presentes em um hectare. A variação que ela sofre com a alteração da densidade do povoamento é pequena e, especialmente, por apresentar esse comportamento é que ela é usada. A equação de sítio possibilita calcular a altura dominante das árvores em função da idade da plantação. Isto permite a criação de gráficos e tabelas de classificação de sítio (Tabela 1) que facilitam o cálculo do índice de sítio.

Índice de sítio é o valor da altura dominante em determinada idade (idade índice). Ele mede o potencial de produtividade do sítio, a partir de um inventário de altura dominante em qualquer idade. É o primeiro valor a ser informado no SisTeca®. A Tabela 1 apresenta valores, respectivamente, de índices de sítio, dados pela altura dominante, em uma idade índice fixada (exemplo aos 15 anos).

Para que a equação de sítio estime as alturas em cada idade, em função do índice de sítio em uma idade índice, a partir do modelo original, ela deverá sofrer uma conversão, conforme o exemplo a seguir:

$$H = b_0 * \exp(b_1 * (1/Idade^{b_2})) \text{ logo:}$$

$$b_0 = H * \exp(b_1 * (-1/Idade^{b_2}))$$

Considerando “S” como índice de sítio com idade índice de 15 anos, isolando-se b_0 e substituindo este coeficiente no modelo original, tem-se:

$$H = S * \exp((b_1 * (-1/15^{b_2})) * \exp(b_1 * (1/Idade^{b_2}))) \text{ ou}$$

$$H = S * \exp(b_1 * (Idade^{-b_2} - 15^{-b_2}))$$

O formato da equação a ser inserida no software é:

$$S * \exp(b_1 * (a^{-b_2} - 15^{-b_2})) \text{ onde “a” é a idade.}$$

Tabela 1. Tabela de classificação de sítio para teca.

Idade	Índice de Sítio																				
	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0	16,5	17,0	17,5	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,5	21,0	21,5	22,0
4	5,8	6,0	6,2	6,5	6,7	7,0	7,2	7,4	7,7	7,9	8,2	8,4	8,6	8,9	9,1	9,4	9,6	9,9	10,1	10,3	10,6
5	6,8	7,1	7,3	7,6	7,9	8,2	8,5	8,8	9,0	9,3	9,6	9,9	10,2	10,5	10,7	11,0	11,3	11,6	11,9	12,2	12,4
6	7,6	8,0	8,3	8,6	8,9	9,2	9,5	9,9	10,2	10,5	10,8	11,1	11,5	11,8	12,1	12,4	12,7	13,1	13,4	13,7	14,0
7	8,4	8,7	9,1	9,4	9,8	10,1	10,5	10,8	11,2	11,5	11,9	12,2	12,6	12,9	13,3	13,6	14,0	14,3	14,7	15,0	15,4
8	9,0	9,4	9,8	10,1	10,5	10,9	11,3	11,6	12,0	12,4	12,8	13,2	13,5	13,9	14,3	14,7	15,0	15,4	15,8	16,2	16,5
9	9,6	10,0	10,4	10,8	11,2	11,6	12,0	12,4	12,8	13,2	13,6	14,0	14,4	14,8	15,2	15,6	16,0	16,4	16,8	17,2	17,6
10	10,1	10,5	10,9	11,4	11,8	12,2	12,6	13,0	13,5	13,9	14,3	14,7	15,1	15,6	16,0	16,4	16,8	17,2	17,7	18,1	18,5
11	10,5	11,0	11,4	11,9	12,3	12,7	13,2	13,6	14,1	14,5	14,9	15,4	15,8	16,3	16,7	17,1	17,6	18,0	18,5	18,9	19,3
12	11,0	11,4	11,9	12,3	12,8	13,2	13,7	14,2	14,6	15,1	15,5	16,0	16,4	16,9	17,4	17,8	18,3	18,7	19,2	19,6	20,1
13	11,3	11,8	12,3	12,8	13,2	13,7	14,2	14,6	15,1	15,6	16,1	16,5	17,0	17,5	17,9	18,4	18,9	19,4	19,8	20,3	20,8
14	11,7	12,2	12,7	13,1	13,6	14,1	14,6	15,1	15,6	16,1	16,5	17,0	17,5	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,4	20,9	21,4
15	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0	16,5	17,0	17,5	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,5	21,0	21,5	22,0
16	12,3	12,8	13,3	13,8	14,3	14,9	15,4	15,9	16,4	16,9	17,4	17,9	18,4	19,0	19,5	20,0	20,5	21,0	21,5	22,0	22,5
17	12,6	13,1	13,6	14,1	14,7	15,2	15,7	16,2	16,8	17,3	17,8	18,3	18,9	19,4	19,9	20,4	20,9	21,5	22,0	22,5	23,0
18	12,8	13,4	13,9	14,4	15,0	15,5	16,0	16,6	17,1	17,6	18,2	18,7	19,2	19,8	20,3	20,8	21,4	21,9	22,4	23,0	23,5
19	13,1	13,6	14,2	14,7	15,2	15,8	16,3	16,9	17,4	18,0	18,5	19,1	19,6	20,1	20,7	21,2	21,8	22,3	22,9	23,4	24,0
20	13,3	13,8	14,4	15,0	15,5	16,1	16,6	17,2	17,7	18,3	18,8	19,4	19,9	20,5	21,0	21,6	22,2	22,7	23,3	23,8	24,4
21	13,5	14,1	14,6	15,2	15,8	16,3	16,9	17,4	18,0	18,6	19,1	19,7	20,3	20,8	21,4	21,9	22,5	23,1	23,6	24,2	24,8
22	13,7	14,3	14,8	15,4	16,0	16,6	17,1	17,7	18,3	18,8	19,4	20,0	20,6	21,1	21,7	22,3	22,8	23,4	24,0	24,6	25,1

$$Altura\ Dominante = S * EXP(-3,0339 * (A^{-0,53} - 15^{-0,53})) \quad S = \text{Índice de sítio} \quad A = Idade$$

O item “Inventário” dará acesso à tela com as opções para informar os dados sobre o povoamento (Figura 2). Neste caso, são três opções de entrada de dados:

- a) Número de árvores plantadas por hectare e o percentual de sobrevivência no primeiro ano de vida,

b) Número de árvores por hectare em determinada idade,

c) Número de árvores por hectare e área basal ou diâmetro quadrático médio em determinada idade. Esta terceira opção é a mais completa, resultando em prognoses de maior precisão e acurácia.

Deve ser informado o “nível de homogeneidade do plantio”, o qual pode variar de 1 a 10. Este valor pode ser baseado em medidas estatísticas (exemplo: variância e coeficiente de variação) ou alguma medida empírica, como notas de 1 a 10 (Oliveira, 2011).

SisTeca - Nova Simulação

Arquivo Gráfico Análise Econômica - Manual - Outros

Entrada de Dados

Itens

- Simulação
 - Inventário**
 - Opções de Listagens
 - Desbastes
 - Idade 5
 - Idade 10
 - Idade 15
 - Equações
 - Sítio
 - Volume
 - Sortimento
 - Diâmetro de toras e sortimento
 - Catálogos com outras opções
 - Produtos
 - Fórmulas

Novo

Abrir

Salvar

Salvar Como

Imprimir

Ocultar Itens

Embrapa

Inventário

Número de árvores plantadas por hectare

Densidade (árvores por hectare):

Porcentagem inicial de sobrevivência:

Número de árvores por hectare em determinada idade

Densidade (árvores por hectare):

Idade em que as condições são conhecidas:

Número de árvores por hectare e área basal ou diâmetro quadrático médio

Densidade (árvores por hectare):

Idade em que as condições são conhecidas:

Área basal:

Diâmetro quadrático médio:

Nível de homogeneidade do plantio (1 a 10):

Plantios pouco homogêneos = 1

Plantios com homogeneidade média = 5

Plantios muito homogêneos = 10

Resultado

Figura 2. Tela do SisTeca® para a inserção de informações sobre o povoamento a ser avaliado.

Como Exemplo 1, para teca em monocultivo, serão consideradas as telas das Figuras 1 e 2, iniciando a descrição de um povoamento de teca plantado no espaçamento 3 m x 3 m (1.111 árvores ha⁻¹), índice de sítio (altura dominante aos 15 anos) de 20 m,

colheita final aos 25 anos, em duas condições: a) sem desbastes e b) três desbastes seletivos, aos 5, 10 e 15 anos, cada um removendo 1/3 do povoamento. Os sortimentos especificaram toras de 2,5 m de comprimento, com diâmetros acima de 25 cm (serraria 1), 18-25 cm (serraria 2), 8-18 cm (serraria 3) e abaixo de 8 cm (energia). Os dados são informados na tela da Figura 3.

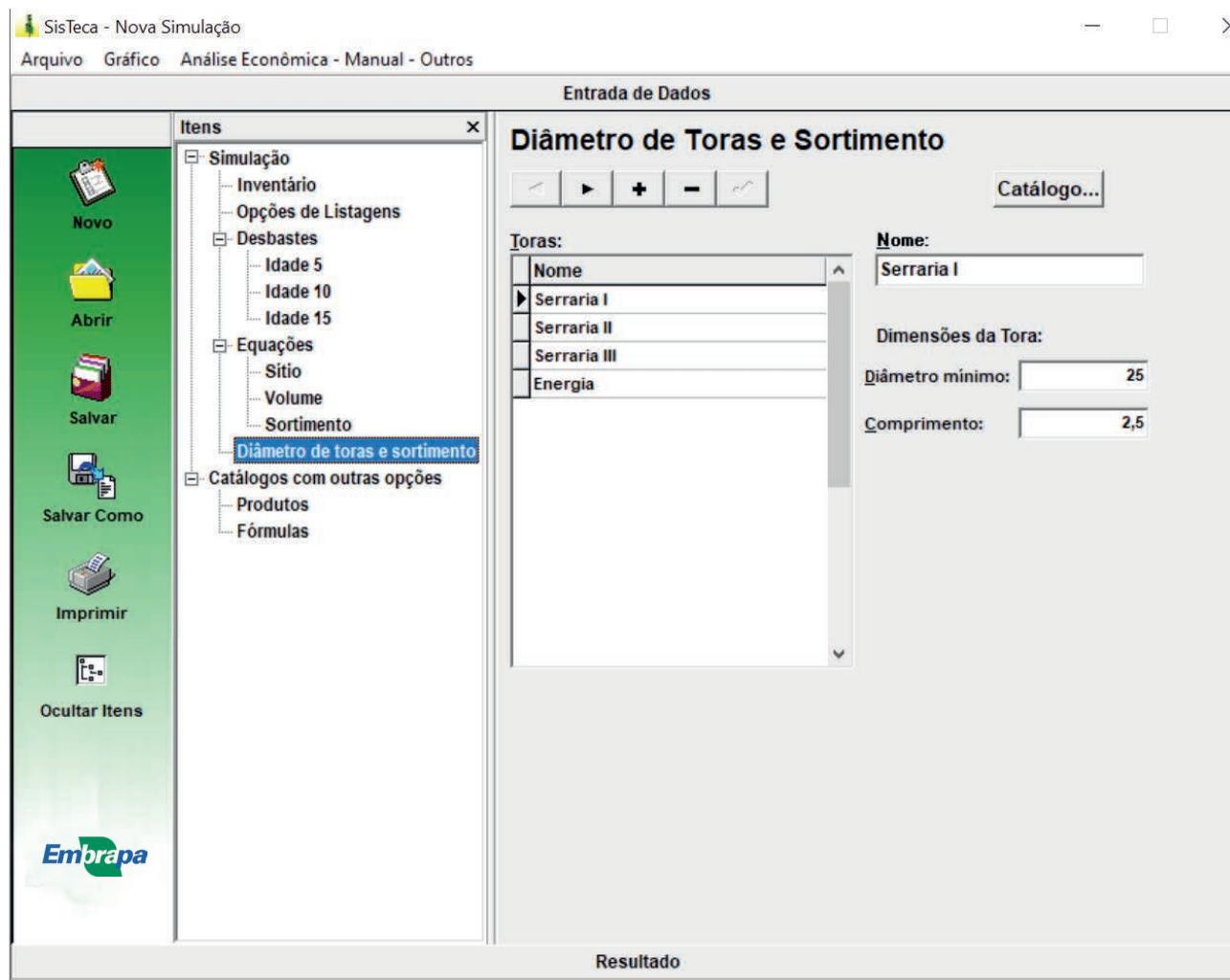


Figura 3. Tela do SisTeca® para inserção de informações sobre dimensões de toras.

Com um clique no botão “Resultado”, a tela da Figura 4 mostrará as tabelas de crescimento, de produção e de sortimento de madeira para o Exemplo 1, sem considerar desbastes. O intervalo de idade para a apresentação dos resultados deve ser indicado pelo usuário, sendo de, no mínimo, um ano. Para o Exemplo 1, foram solicitados resultados a cada três anos.

Entrada de Dados								
Resultado								
Densidade (árvores por hectare): 1111								
Porcentagem de sobrevivência (1º ano): 90 %								
Idade	Alt. Dominante	Árvores/Ha	Diâmetro Médio	Alt. Média	Área Basal	Volume Total	% Dens Max	tCO2
1	2,0	1000	1,5	1,7	0,2	0,1	0,8	0,1
4	9,6	999	13,4	8,4	14,1	56,5	32,8	45,0
7	14,0	989	18,9	12,1	27,7	161,3	58,4	128,3
10	16,8	967	21,8	14,6	36,2	253,5	73,2	201,6
13	18,9	935	23,7	16,3	41,4	324,3	81,7	257,9
16	20,5	900	25,1	17,6	44,5	376,3	86,4	299,3
19	21,8	865	26,1	18,6	46,3	413,7	88,9	329,0
22	22,8	831	26,9	19,4	47,2	439,9	89,9	349,9
25	23,7	799	27,5	20,0	47,6	458,0	90,0	364,3
% Dens. Max.: Porcentagem da Densidade Máxima (Reineke) Equação de Sítio: Edilson Equação de Volume: Embrapa Equação de sortimento: MÁDI, J.P.S (2017) $tCO_2 \text{ do Volume} = (\text{Volume}) \times (\text{Dens. Básica: } 0,53) \times (C: 0,41) \times (CO_2: 3,66)$								
SORTIMENTO PARA ÁRVORES REMOVIDAS NO CORTE FINAL (25 ANOS)								
Classes DAP	Árv/ha	Altura Média	Volume Total	Serraria I	Serraria II	Serraria III	Energia	
20,0-22,0	8	16,6	2,2	0,0	0,0	2,0	0,2	
22,0-24,0	49	17,6	17,9	0,0	6,7	9,6	1,6	
24,0-26,0	155	18,5	69,5	0,0	40,4	26,5	2,6	
26,0-28,0	256	19,4	139,4	0,0	103,4	29,2	6,8	
28,0-30,0	222	20,2	144,2	49,3	54,8	37,6	2,5	
30,0-32,0	93	20,9	70,7	23,6	35,8	9,6	1,7	
32,0-34,0	15	21,6	13,4	7,0	4,1	1,9	0,4	
34,0-36,0	1	22,3	0,7	0,4	0,1	0,1	0,0	
Totais		20,0	458,0	80,3	245,3	116,5	15,7	

Figura 4. Tela do SisTeca® com resultados de crescimento e de produção para o Exemplo 1, sem desbastes.

Com a realização dos dois desbastes definidos no exemplo, obtêm-se os resultados apresentados na Figura 5.

Na ausência dos desbastes realizados no povoamento descrito no Exemplo 1, obteve-se pelo SisTeca® uma produção total de $458,0 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, sendo $80,3 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ de toras com diâmetro acima de 25 cm (Figura 4). O regime de manejo com a aplicação de desbastes apresentou produção total (soma da produção dos desbastes com a produção do corte final) de $466,5 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, o que representa um pequeno aumento de $5,5 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (1,4%) na produção total, em relação ao cenário sem desbaste (Figura 5). Entretanto, a produção de toras com diâmetro acima de 25 cm aumentou 104,0% com a aplicação de desbastes, passando de $80,3 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ para $163,5 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$.

Caso o objetivo do proprietário seja a produção de toras com maior diâmetro (exemplo: 35 cm para serraria), o software pode avaliar os resultados da condução do povoamento com menos árvores.

Infinitas opções de regime de manejo podem ser simuladas. Entretanto, a definição do regime de manejo ideal deve considerar diversos aspectos silviculturais e econômicos.

O controle de plantas invasoras e a redução do excesso de ramos são medidas que podem ser bem conduzidas, como adequadas práticas de manejo do povoamento.

Estes aspectos, aliados aos objetivos da produção, convergem para a definição dos desbastes ideais (idade, intensidade e tipo), bem como a melhor idade para colheita final, certamente levando em conta a rentabilidade econômica. Assim, o manejo deverá ser direcionado para o aproveitamento máximo da capacidade do sítio, para que as árvores atinjam as dimensões desejadas. Se a densidade do povoamento for muito baixa, as árvores não aproveitarão os recursos disponíveis no local (água, luz, nutrientes, dentre outros) e, portanto, o povoamento não produzirá o máximo possível. Por outro lado, se a densidade do povoamento for muito alta, os recursos não serão suficientes para um bom desenvolvimento das árvores.

A SisTeca - Nova Simulação

Arquivo Gráfico Análise Econômica - Manual - Outros

- □ ×

Entrada de Dados

Resultado

SisTeca

TABELA DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO - Tectona grandis

Descrição: Exemplo 1
Índice de Sítio: 20,0
Densidade (árvores por hectare): 1111
Porcentagem de sobrevivência (1º ano): 90 %

Idade	Alt. Dominante	Árvores/Ha	Diâmetro Médio	Alt. Média	Área Basal	Volume Total	% Dens Max	tCO2
1	2,0	1000	1,5	1,7	0,2	0,1	0,8	0,1
4	9,6	999	13,4	8,4	14,1	56,9	32,8	45,2
5	11,3	997	15,7	9,8	19,3	91,5	42,8	72,8

O povoamento foi desbastado pela remoção de 247 árvores.

Idade	Alt. Dominante	Árvores/Ha	Diâmetro Médio	Alt. Média	Área Basal	Volume Total	% Dens Max	tCO2
7	14,0	747	20,3	12,5	24,2	145,8	50,0	116,0
10	16,8	737	23,4	14,8	31,6	226,6	62,7	180,2

O povoamento foi desbastado pela remoção de 237 árvores.

Idade	Alt. Dominante	Árvores/Ha	Diâmetro Médio	Alt. Média	Área Basal	Volume Total	% Dens Max	tCO2
13	18,9	499	26,7	17,2	27,9	231,7	53,2	184,2
15	20,0	499	27,8	18,0	30,3	264,0	57,2	210,0

O povoamento foi desbastado pela remoção de 166 árvores.

Idade	Alt. Dominante	Árvores/Ha	Diâmetro Médio	Alt. Média	Área Basal	Volume Total	% Dens Max	tCO2
16	20,5	333	29,4	20,5	22,6	223,1	41,9	177,5
19	21,8	333	31,0	21,7	25,1	262,8	45,8	209,0
22	22,8	332	32,2	22,6	27,0	294,4	48,9	234,1
25	23,7	331	33,2	22,8	28,6	314,8	51,4	250,4

Embrapa

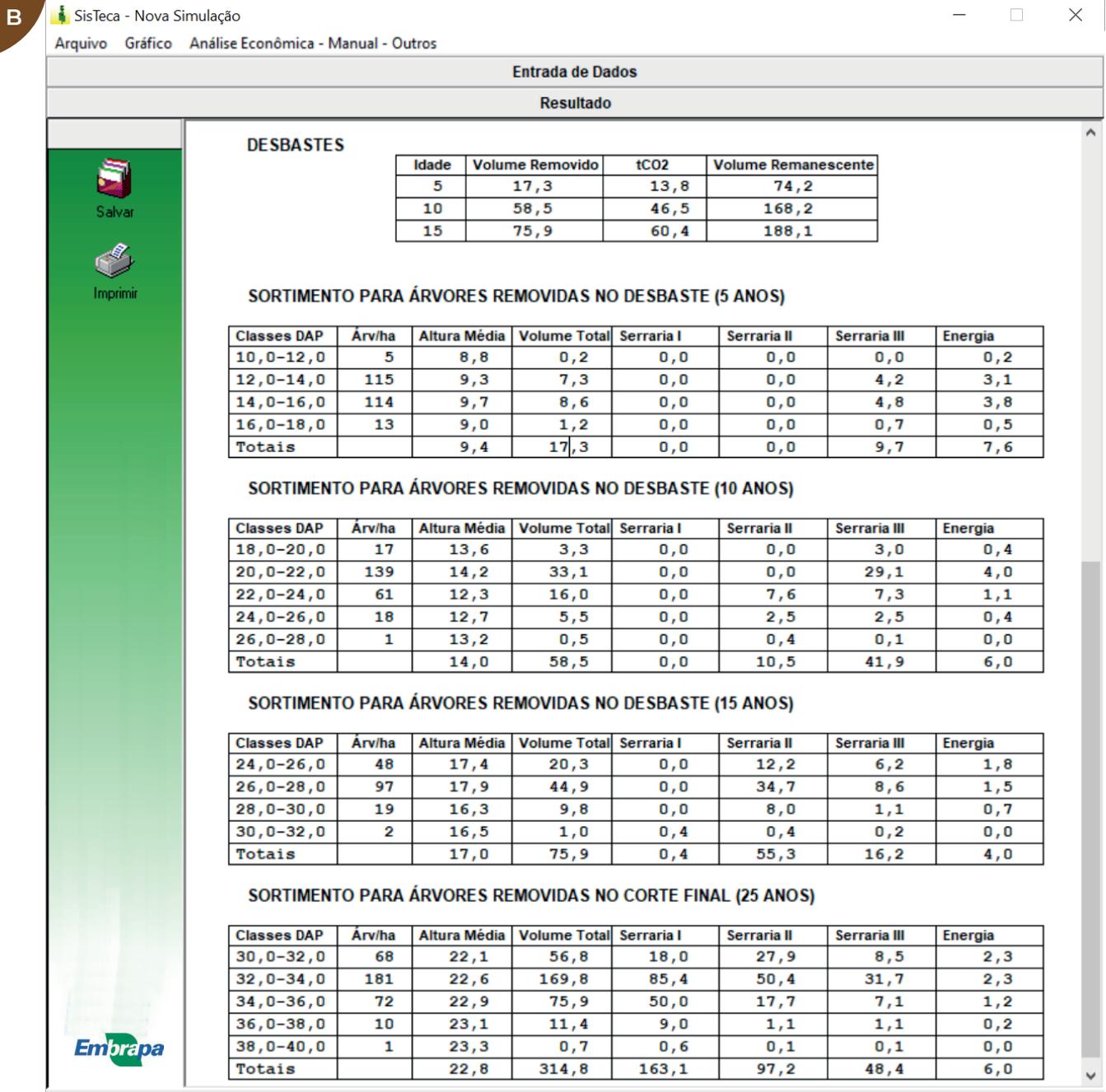


Figura 5. Telas do SisTeca® com resultados de crescimento e de produção para o Exemplo 1, com desbastes.

Com isto, os estudos sobre densidade populacional das florestas e sua influência na produtividade e na qualidade da madeira evoluíram bastante e assumiram grande importância para as atividades de manejo. Assim, surgiu o “Diagrama de Manejo da Densidade” (DMD) que permite comparar diferentes alternativas de manejo (desbastes), considerando os diferentes propósitos, tais como a produção de madeira para determinadas dimensões, minimização do tempo requerido para se obter um determinado objetivo específico, entre outros.

Desta forma, um DMD foi elaborado e inserido no SisTeca®. A seguir, serão descritos detalhes de como ele foi construído, sua incorporação no software, bem como detalhes de sua aplicação prática.

Diagrama de Manejo da Densidade no SisTeca®

A densidade de um povoamento florestal é a expressão do grau de aproveitamento do sítio pelas árvores. Ela descreve quanto um sítio está sendo usado pelas árvores e quanto estas estão competindo entre si pelos recursos do sítio (água, luz, nutrientes e espaço). Em altas densidades, a taxa de crescimento de cada árvore diminui pela competição por recursos limitados do sítio. Essa competição pode ser quantificada utilizando variáveis tais como: número de árvores, diâmetro, área basal, volume ou outro critério por unidade de área. Estas variáveis são altamente correlacionadas e suas inter-relações matemáticas possibilitam a geração do DMD.

O DMD é instrumento de grande utilidade para a definição do regime de manejo ideal. Ele possibilita o processamento simultâneo e integrado das variáveis de crescimento e de produção, gerando resultados que permitem o monitoramento da densidade do povoamento, em função do comportamento das árvores. Este monitoramento subsidia a definição de intensidades e de épocas ideais de desbaste, bem como da colheita final, possibilitando a adequação dos níveis de competição em função dos objetivos da produção madeireira, com aproveitamento máximo do potencial do sítio.

A base usada para o DMD é a curva de máxima densidade populacional, que marca os limites da máxima ocupação do sítio pelas árvores. Para a teca, foi utilizado o modelo de Reineke (1933), ainda muito utilizado no setor florestal, apesar de ser bastante antigo. Esta curva é estimada a partir de medições de povoamentos com densidade completa ou completamente estocado. O modelo é:

$$N = \text{Exp}(a + b * \text{Ln}(Dg)),$$

Onde: N é o número de árvores ha⁻¹, Dg é o diâmetro quadrático médio, a e b são os coeficientes.

O número de árvores obtido pela equação de Reineke é denominado Índice de Densidade da Plantação (IDP). O número de árvores, com base no Dg = 25 cm, equivalente a aproximadamente 10 pol no sistema inglês de medidas, é denominado Índice de Reineke, utilizado para facilitar

a comparação com outros índices. Ele indica quantas árvores o povoamento teria com $D_g = 25$ cm, para o sítio estar completamente estocado.

A curva de densidade máxima possibilita o início da construção do DMD, a partir de variações dos diâmetros quadráticos de referência. O DMD inclui uma série de curvas para a descrição de níveis de ocupação do sítio, por exemplo, iniciando em 100% de ocupação e baixando a cada 10%. Estas curvas servem de referência para mostrar o nível de densidade de um povoamento, influenciado pela qualidade do sítio, pela idade e pelo número de árvores por hectare, e compará-lo com outros, sob condições resultantes de regimes de manejo que possam ser adotados. Ele permite encontrar a máxima produtividade em área basal e volume de madeira, indicando os momentos de intervenções de desbastes, controlando a mortalidade das árvores e buscando atingir os objetivos da produção.

Há outros modelos de estudo da densidade-diâmetro, com destaque para aqueles de Yoda et al. (1963), Tang et al. (1994) e Zeide (1995). Apesar da grande utilidade de um DMD para o planejamento e manejo florestal, seu uso ainda é pouco disseminado, devido à dificuldade em sua utilização ou, mesmo, por não ter sido elaborado para as espécies e regiões de interesse. Assim, é importante não apenas o desenvolvimento dos diagramas, mas, principalmente, o desenvolvimento de ferramentas computacionais que tornem mais práticas a sua operacionalização.

Neste sentido, o SisTeca® tem integrado um DMD, elaborado com a base de dados que deu origem aos seus algoritmos, juntamente com resultados de simulações de crescimento e produção, utilizando o modelo de Reineke:

$$N = \text{Exp}(12,4692 - 1,7133 * \text{Ln}(D_g))$$

O IDP, calculado com $D_g = 25$ cm, é de 1.050 árvores ha^{-1} , indicando quantas árvores o povoamento teria com este diâmetro, para estar completamente estocado. Este valor está próximo daqueles obtidos por Arias-Aguilar (2004) e Perez e Kanninen (2005), que encontraram, para plantações de teca na Costa Rica, valores de IDP de 1.053 e 1.049, com coeficientes b de -1,7126 e -1,9175, respectivamente. Para plantações de teca na Índia, Kumar et al. (1995) e Jayaraman e Zeide (2007) obtiveram, respectivamente, valores de IDP de 1.200 árvores ha^{-1} e 1.102 árvores ha^{-1} . No México, Minoche et al. (2017) estabeleceram IDP de 1.000 árvores ha^{-1} . No Brasil, Madi et al. (2020) desenvolveram um DMD tendo por base um povoamento clonal comercial de teca no centro-sul do estado de Mato Grosso. Estes autores utilizaram um coeficiente b fixo de -1,605 de Reineke (1933) e estabeleceram um IDP de 1.100 árvores ha^{-1} , baseado na média dos trabalhos de Kumar et al. (1995) e Minoche et al. (2017).

Na Figura 6 é apresentado o DMD resultante do modelo utilizado no SisTeca®. Na Figura 7, a área preenchida com verde mostra uma faixa indicada para o manejo, com limites que acompanham as recomendações de diversos autores, para a produção de toras em florestas plantadas. Em especial, para coníferas nos diversos continentes, o manejo recomendável tem sido na faixa de 60% a 40%. Com a manutenção do povoamento nesta faixa de densidade populacional, as árvores terão características das dominantes, tendendo a ser superiores e com fuste bem formado. Considera-se que, acima dessa faixa, há competição excessiva, ocorrendo autodesbaste pela mortalidade das árvores e, abaixo dessa faixa, há sobra de espaço, com conseqüente desperdício de recursos do sítio. Dentro dessa faixa, a opção por desbastar mais próximo da linha superior ou da inferior dependerá do objetivo da produção. Se o objetivo for a produção de toras menores com rotações mais curtas, os desbastes deverão ser mantidos mais próximos da linha do limite superior (Oliveira, 2011).

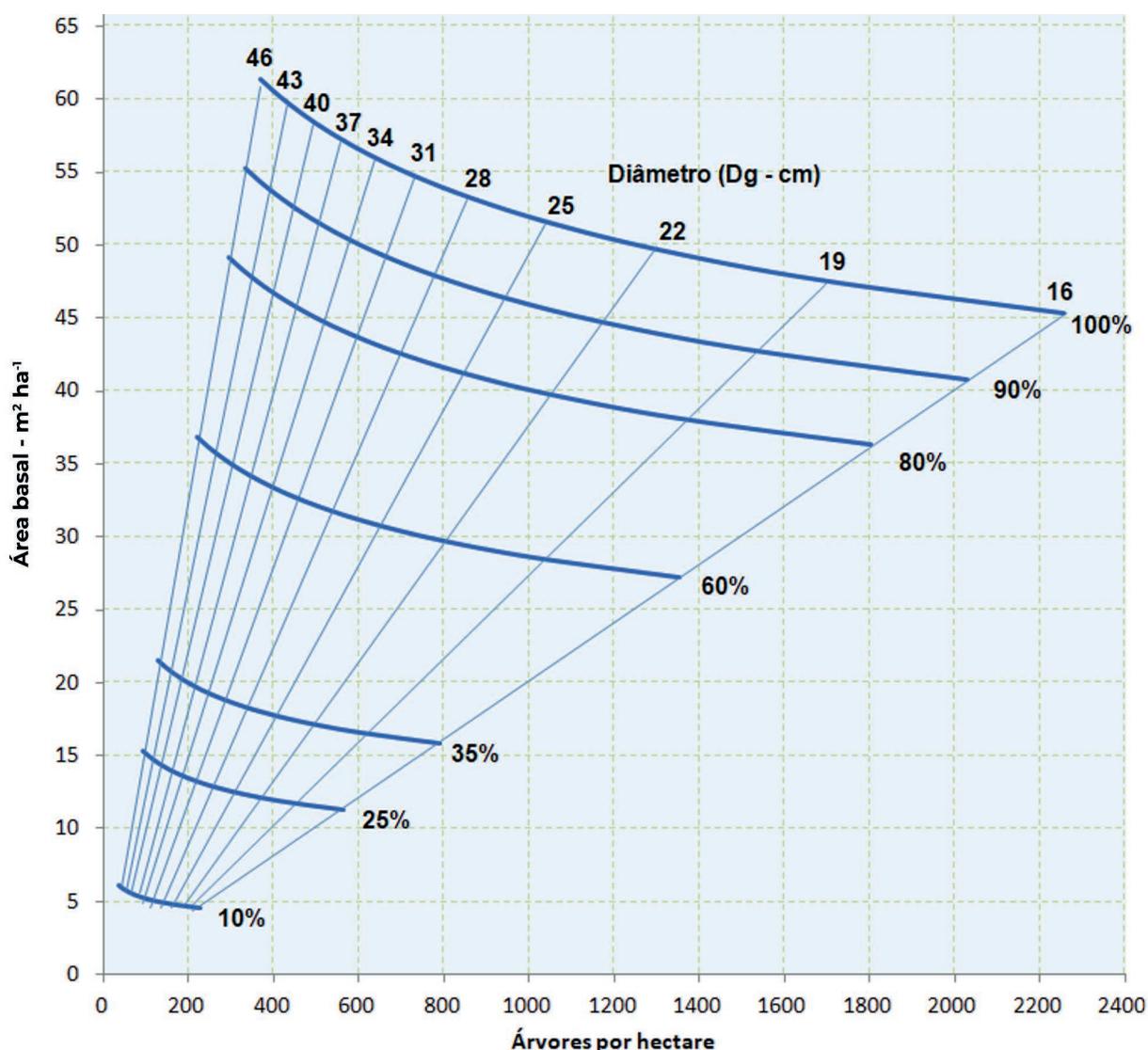


Figura 6. Diagrama de manejo da densidade (DMD) para teca inserido no SisTeca®.

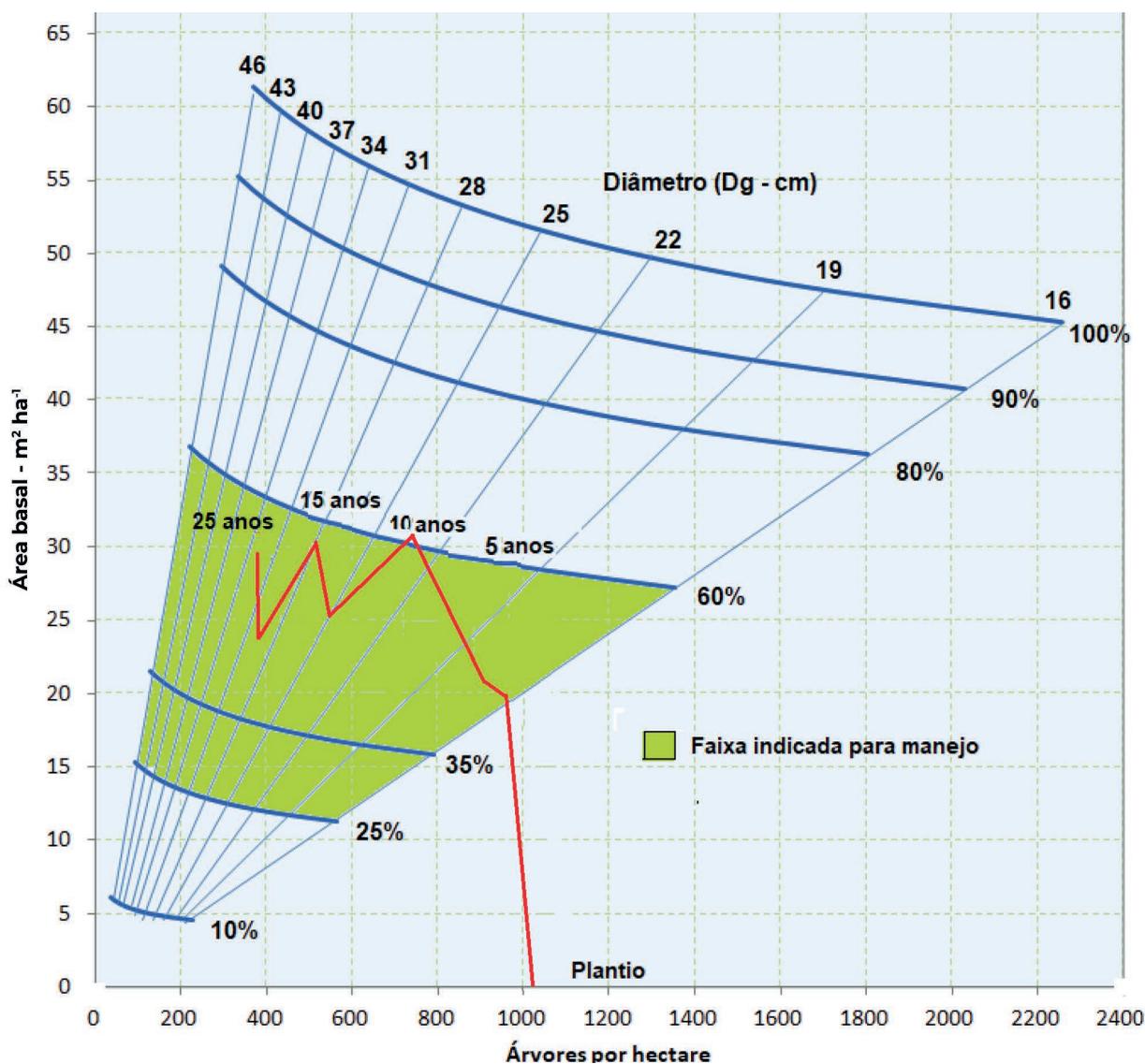


Figura 7. Diagrama de manejo da densidade (DMD) para teca, inserido no SisTeca®, com segmentos de linha mostrando resultados do manejo do povoamento descrito no Exemplo 1.

Para teca na Índia, Kumar et al. (1995) destacaram que a faixa ótima de manejo, para obtenção de maior produção volumétrica de madeira, com toras de menores dimensões, está entre 35% e 60% (percentual de início de autodesbaste, que ocorre com a mortalidade das árvores devido à competição entre elas) da densidade máxima. Para obter toras maiores, o desenvolvimento individual das árvores deverá ser estimulado, com a condução na faixa de 35% a 25% (percentual de início do fechamento do dossel, que marca o início da competição por recursos do meio). Estas faixas também são destacadas por Arias-Aguilar (2004), para a Costa Rica e Madi et al. (2020) para o Brasil. Assim, serão utilizadas as linhas com estes percentuais no DMD gerado, com destaque da faixa para manejo delimitada por elas (Figura 7).

Há bastante semelhança entre estes limites para teca com os limites de outras espécies. Harrington (1997) encontrou fechamento do dossel com início a, aproximadamente, 25% do IDP e começo do autodesbaste entre 50% e 55% do IDP para povoamentos de *Pinus taeda*.

O regime de manejo adotado no Exemplo 1 busca manter a área basal na faixa entre 60% e 35% da densidade máxima. A evolução do povoamento, com os impactos dos dois desbastes, pode ser observada pelos segmentos de linha vermelha na Figura 7.

As variáveis contempladas são: número de árvores por hectare, Dg e área basal. A integração do DMD com o SisTeca[®] possibilita o processamento destas variáveis juntamente com outras variáveis de crescimento e de produção de madeira altamente influentes na densidade do povoamento, especialmente altura dominante, altura média e idade do povoamento.

O gráfico mostra ainda a porcentagem da densidade máxima (Reinike) e o índice de Hart-Becking. Com o gráfico gerado pelo SisTeca[®], as dinâmicas e interações das diversas variáveis podem ser monitoradas para cada idade, conforme a prognose de crescimento e de produção. Isto possibilita utilizar o DMD de forma muito simples e completa, com o acompanhamento anual da densidade e de toda estrutura do povoamento, por meio de uma visão simultânea e integrada da altura dominante, da altura média, do diâmetro médio, do número de árvores por hectare, da área basal, do volume total de madeira e do sortimento por classes de utilização industrial.

O gráfico do SisTeca[®] referente ao Exemplo 1 está apresentado na Figura 8 (sem desbastes) e na Figura 9 (com desbaste). Os triângulos de cor rosa marcam os limites superior e inferior da faixa indicada para manejo. Os dois desbastes seletivos realizados buscaram manter a área basal dentro da faixa de manejo recomendada pelo DMD, ou seja, entre 25% e 60% da densidade populacional máxima.

A evolução do percentual da densidade máxima do povoamento, ao longo do tempo e com o manejo adotado, também é apresentada nas tabelas de crescimento e de produção, conforme Figuras 6 e 7 (% Dens. Max – Porcentagem da densidade máxima – Reinike). Um valor de 100% indica que o sítio está numa condição de ocupação completa ou estoque completo. Na Figura 5 pode ser observado que este percentual chegou a 90%, aos 25 anos de idade, no povoamento sem desbaste. Com os desbastes, este percentual foi reduzido para 56% na idade de corte, e não ultrapassou 65% da capacidade do sítio em nenhum momento, ao longo do horizonte de planejamento.

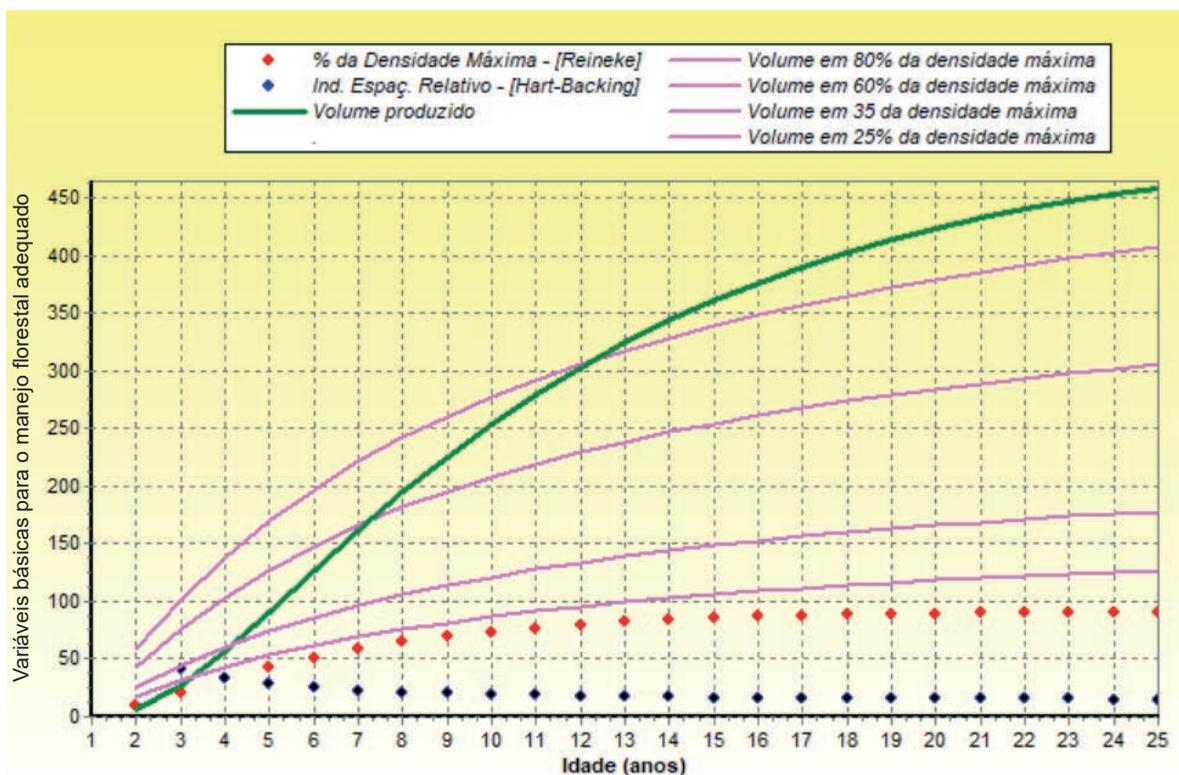


Figura 8. Gráfico com as variáveis básicas para o manejo florestal de precisão geradas pelo SisTeca® para o Exemplo 1, sem desbastes.

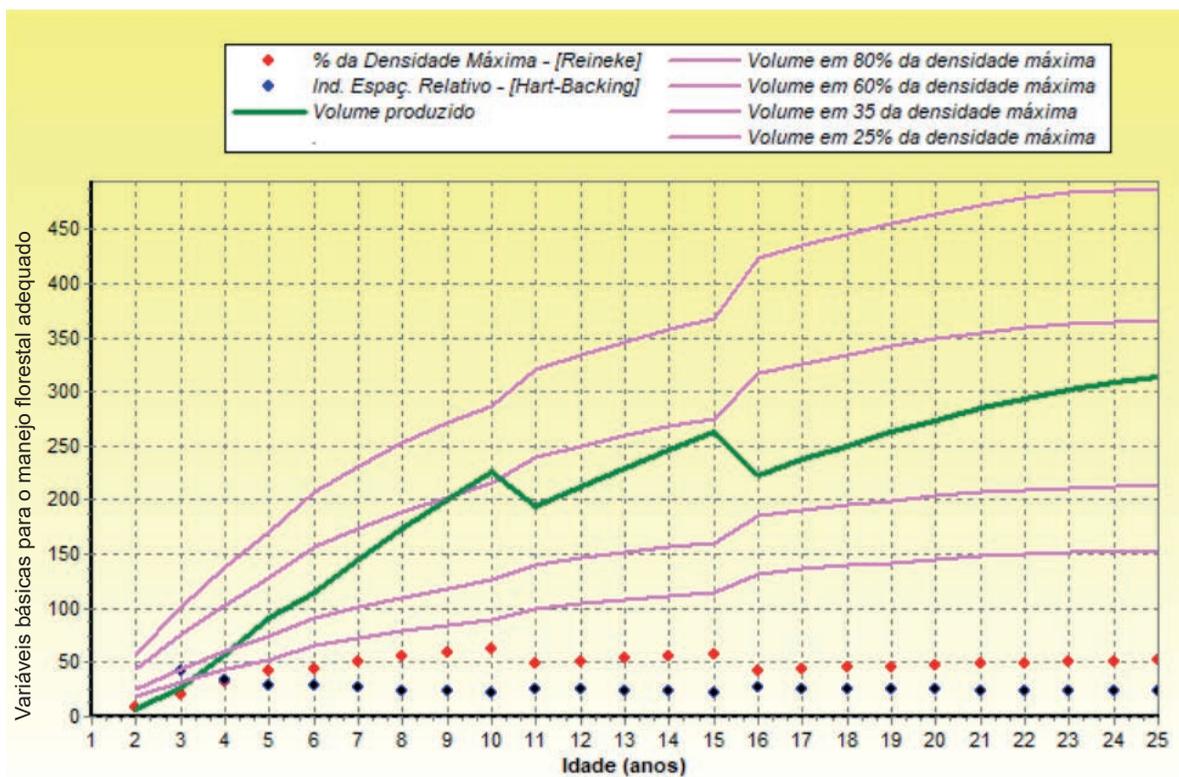


Figura 9. Gráfico com as variáveis básicas para o manejo florestal de precisão gerado pelo SisTeca® para o Exemplo 1, com desbastes.

O Índice de Hart-Becking ($S\%$) ou Índice de Espaçamento Relativo é a relação entre o espaçamento médio entre árvores (EM) e a altura dominante (H): $S(\%) = 100 \cdot \frac{EM}{H}$

O espaçamento médio entre árvores (EM) pode ser calculado pela expressão:

$$EM = \sqrt{\frac{10000}{N}}$$

, onde N é o número de árvores por hectare.

Descrição do SisILPF_Teca®

Para o manejo de teca cultivada em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta (ILPF), o software recebe a denominação de SisILPF_Teca®. As informações sobre o plantio necessárias para a utilização desse software são as mesmas utilizadas no sistema para monocultivo de teca (SisTeca®), acrescidos de informações sobre o arranjo do ILPF (número de linhas de árvores por renque, espaçamento entre linhas no renque e distância entre renques) (Figura 10). Com a informação do número de árvores por hectare, o próprio software calcula o espaçamento entre árvores na linha. Este procedimento é utilizado para contemplar processamentos com dados de inventários de sistemas de ILPF já implantados, com ocorrência de mortalidade.

SisILPF - Nova Simulação

Arquivo Gráfico Análise econômica - Manual - Outros

Entrada de Dados

INTEGRAÇÃO LAVOURA-PECUÁRIA-FLORESTAS

Número de linhas por renque:

Distância entre linhas no renque (m):

Distância entre renques (m):

Número de árvores por hectare no plantio

Árvores/ha no plantio:

Sobrevivência inicial - 1º ano (%):

Número de árvores por hectare em determinada idade

Árvores/ha na idade abaixo:

Idade do plantio (anos):

Árvores/ha e área basal ou diâmetro médio em det. idade

Árvores/ha na idade abaixo:

Idade do plantio (anos):

Área basal (m²/ha):

Diâmetro médio (DAP-cm):

Nível de homogeneidade do plantio:

Plantios heterogêneos = 1 a 4

Homogeneidade média = 5 a 7

Plantios homogêneos = 8 a 10

Resultados

Figura 10. Tela do SisILPF_Teca®, com informações sobre o Exemplo 2.

Para a descrição do software, será considerado o Exemplo 2, em que o sistema de ILPF é constituído por renques de linhas triplas, com 400 árvores ha⁻¹, 100% de sobrevivência, espaçamento entre linhas de 3 m, espaçamento entre renques de 18 m, índice de sítio de 20 m. Foi considerado um “nível de heterogeneidade do plantio” médio, com valor 5. A Figura 10 mostra a tela do software com estes dados. No Exemplo 2 foram mantidas as equações de volume, de sítio e de afilamento usadas no Exemplo 1, bem como as dimensões de tora para sortimento, tendo como resultado dessa simulação a tela apresentada na Figura 11.

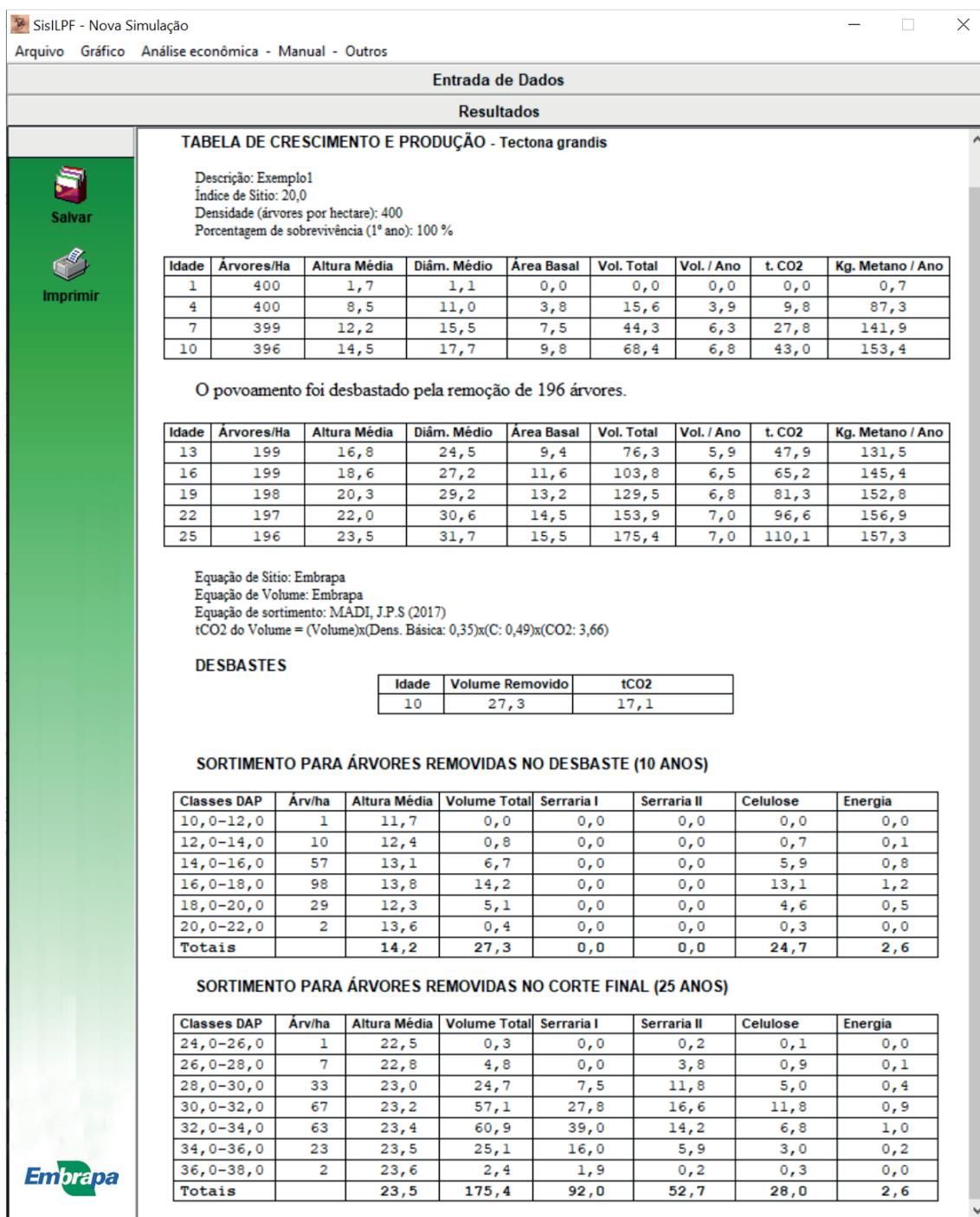


Figura 11. Tela do SisILPF_Teca® com resultados do crescimento e da produção para o Exemplo 2.

Com um clique no item “Gráfico”, localizado na parte superior da tela, aparece o gráfico correspondente, conforme a Figura 12.

No gráfico, o Tier 1 (Nível 1) considera o valor de referência para emissões de metano entérico fixado para a América Latina, em 56 kg CH₄ animal⁻¹ ano e o Tier 2 (Nível 2) considera o valor de referência de 70 kg CH₄ animal⁻¹ ano, conforme Alves et al. (2017). Isto indica que, a partir do quarto ano, o carbono sequestrado pelas árvores do sistema de ILPF no Exemplo 2 seria suficiente para compensar a emissão de metano de, pelo menos, 2 animais ha⁻¹ pelo Tier 2 e 3 animais ha⁻¹ pelo Tier 1, durante 25 anos do sistema.

Os cálculos de CO₂ e CH₄ e o gráfico gerado pelo SisILPF_Teca[®] visam apoiar o setor pecuário em questões ambientais ligadas às mudanças climáticas. A quantificação do carbono sequestrado pelas árvores de cada sistema e quanto ela representa, em termos de compensação de emissões pelo gado, podem ser um forte fator favorável nos processos de exportação para mercados exigentes em questões ambientais.

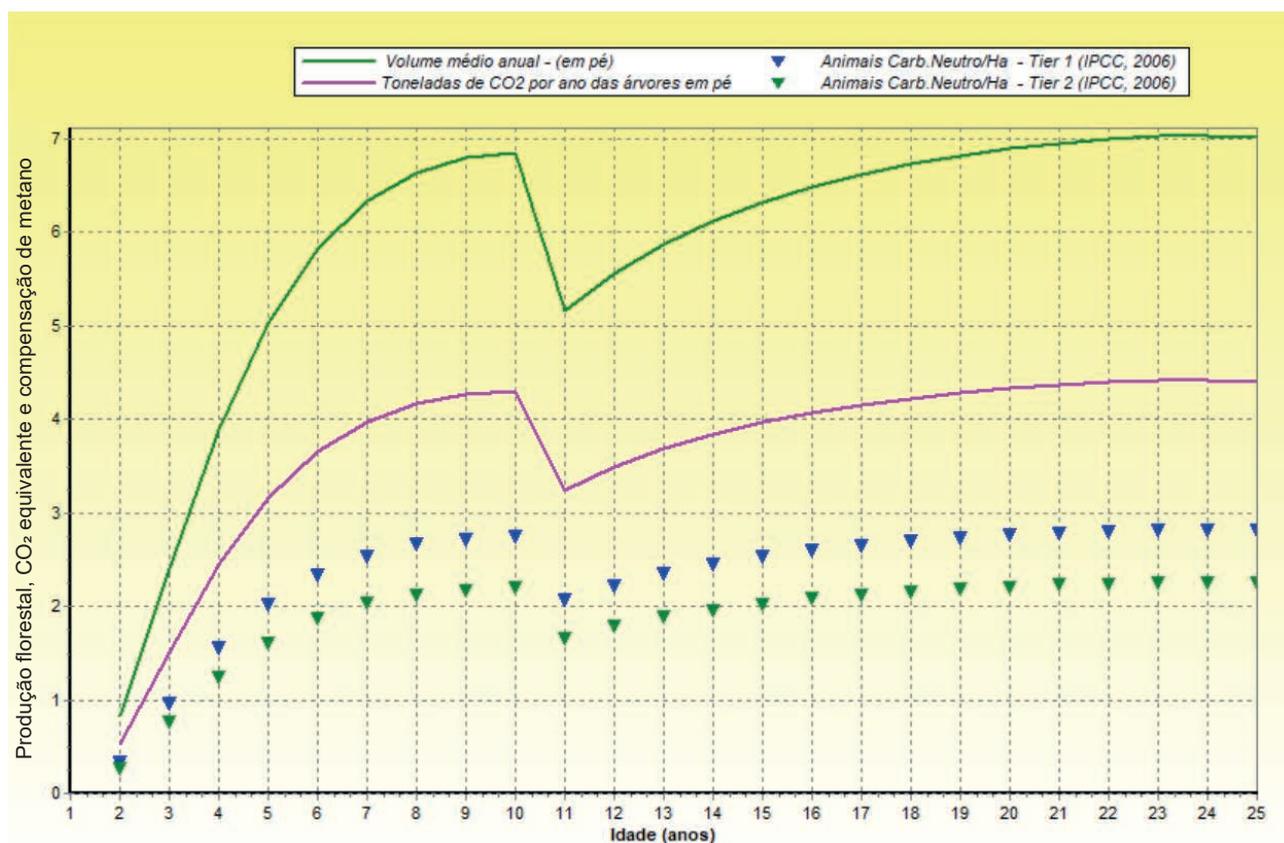


Figura 12. Gráfico com produção florestal, CO₂ equivalente e compensação de metano gerado pelo SisILPF_Teca[®] para o Exemplo 2.

A base estatística dos softwares

Todos os softwares de simulação de crescimento, de produção e de manejo florestal da Embrapa Florestas (Oliveira, 2011) foram construídos com base em distribuições probabilísticas, que possibilitam projetar ano a ano a estrutura de cada plantação, envolvendo simultaneamente os parâmetros da distribuição utilizada e, conseqüentemente, as variáveis de crescimento e de produção florestal.

Para o SisTeca[®], os algoritmos são baseados nas distribuições probabilísticas S_B e S_B bivariada (S_{BB}), conforme Hafley e Schreuder (1977), Schreuder e Hafley (1977) e Hafley e Buford (1985). A distribuição S_B descreve a distribuição marginal da variável diâmetro ou altura de árvores de um povoamento em diferentes idades e a S_{BB} descreve a distribuição conjunta destas variáveis.

Conforme Oliveira (1995), a função de distribuição S_B é expressa por:

$$f(x) = \frac{\delta\lambda}{\sqrt{2\pi}(x-\xi)(\xi+\lambda-x)} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\gamma + \delta \ln\left(\frac{(x-\xi)}{(\xi+\lambda-x)}\right)\right]^2\right\},$$

A construção da distribuição S_{BB} é baseada na distribuição S_B , juntamente com a distribuição Normal Bivariada.

Considerando-se D e H, o DAP e a altura total das árvores, respectivamente, tem-se:

$$z_D = \gamma_D + \delta_D \ln\left(\frac{x_D - \xi_D}{\lambda_D + \xi_D - x_D}\right)$$
$$z_H = \gamma_H + \delta_H \ln\left(\frac{x_H - \xi_H}{\lambda_H + \xi_H - X_H}\right)$$

em que z_D e z_H têm distribuição Normal Bivariada com correlação ρ .

$$f(z_D, z_H) = \left[2\pi(1-\rho^2)\right]^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2}(1-\rho^2)^{-1}(z_D^2 - 2\rho z_D z_H + z_H^2)\right],$$

Os parâmetros ξ_D e ξ_H representam, respectivamente, os valores mínimos de D e H na população e λ_D e λ_H representam as amplitudes de D e H. Os parâmetros γ_D , γ_H , δ_D e δ_H não podem ser relacionados às características individuais do povoamento florestal, mas sim pelas seguintes expressões:

$$\hat{\delta} = \frac{\lambda}{4\sigma_x} \quad \text{e} \quad \hat{\gamma} = \frac{2x_m - \xi - \lambda}{\lambda\delta} - \delta \ln\left(\frac{x_m - \xi}{\lambda + \xi - x_m}\right)$$

em que:

σ_x = desvio padrão de x ($x = H$ ou D) e x_m = moda de x .

O valor de X_m é definido pelo valor de x que satisfaz a expressão:

$$\frac{2(x - \xi)}{\lambda} - 1 = \delta \left[\gamma + \delta \ln\left(\frac{x - \xi}{\lambda + \xi - x}\right) \right]$$

Para a elaboração do modelo de crescimento e de produção, as estimativas dos parâmetros foram associadas, por meio de funções, ao número de árvores ha^{-1} (S) e à altura dominante (H_D) ou à idade do povoamento, utilizando-se o modelo de Richards:

$$\text{Parâmetro de interesse} = f_1(S) \{1 - \exp[H_D f_2(S)]\} f_3(S)$$

Equações para a estimativa dos parâmetros da distribuição S_{BB} .

1. $H_D = \exp\left\{a_1 \left[(1/A)^{b_1} - (1/15)^{b_1} \right] \right\} IS$
2. $H_m = H_D (a_2 + b_2 A)$
3. $H_1 = H_D a_3 [1 - \exp(-b_3 A)]$
4. $s_H = a_4 [1 - \exp(-b_4 A)]^{c_4}$
5. $D_D = a_5 [1 - \exp(-b_5 H_D)]^{c_5}$
6. $D_m = D_D a_6 [1 - \exp(-b_6 H_D)]$
7. $D_1 = D_D a_7 [1 - \exp(-b_7 H_D)]^{c_7}$
8. $s_D = a_8 [1 - \exp(1 - b_8 H_D)]^{c_8}$
9. $\rho(Z_D, Z_H) = a_9 + b_9 \cos(c_9 H_D) + d_9 H_D$

em que:

IS = índice de sítio;

H_D = altura dominante;

A = idade do povoamento;

D_D = maior diâmetro;

H_m e D_m = moda das alturas e dos diâmetros;

H_1 e D_1 = menor altura e menor diâmetro;

s_H e s_D = desvios padrões das alturas e dos diâmetros;

a_i, b_i e c_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) = equações para cada parâmetro, com variável independente baseada no número de árvores ha^{-1} .

Para a estimativa da produção do povoamento florestal é utilizada a distribuição S_{BB} , conforme a metodologia apresentada por Hafley e Buford (1985), cujos parâmetros são definidos em função das características do povoamento e do número de árvores por hectare, na idade estudada.

Os valores do diâmetro quadrático médio, área basal e altura média são obtidos a partir dos momentos das distribuições S_B e S_{BB} , por meio de um processo de integração que faz uso da quadratura de Gauss. A integração da distribuição S_{BB} em relação às duas variáveis possibilita o cálculo da tabela de frequência, por classes de diâmetro e altura.

Sendo a variável: $y_i = \frac{(x - \xi)}{\lambda}$

de distribuição S_B , a área basal por árvore (AB) será obtida por:

em que: $E[AB] = E[KD^2] = KE[(\gamma_D \lambda_D + \xi_D)^2]$

$$AB = K[\gamma_D^2 \mu'_{2D} + 2\xi_D \lambda_D \mu'_{1D} + \xi_D^2]$$

μ'_{1D} e μ'_{2D} = primeiro e o segundo momento não central da distribuição S_B para o diâmetro.

O modelo desenvolvido possibilita a simulação de desbastes, que consiste em atividade fundamental para dar suporte às estratégias de manejo dos povoamentos. Estes desbastes podem ser sistemáticos, seletivos ou mistos.

Para se estimar a produção das árvores remanescentes, bem como simular o crescimento do povoamento após cada desbaste, podem ocorrer duas situações:

1. Se o desbaste é apenas sistemático, os parâmetros da distribuição S_{BB} não serão alterados, apenas o número de árvores remanescentes sofrerá mudanças.
2. Se o desbaste adotado for seletivo ou misto, a distribuição S_{BB} deverá ser truncada (Definição 2) em função de ambas as variáveis.

O ponto de truncamento é definido mediante processo iterativo de coordenadas ao longo da linha, sendo $y_D = y_H$.

Esta relação pode ser expressa por:

$$\frac{x_D - \xi_D}{\lambda_D} = \frac{x_H - \xi_H}{\lambda_H}$$

O ponto inicial para o processo iterativo tem coordenadas (ξ_D, ξ_H) e vai até o ponto em que se atinge o número de árvores ou área basal que deverá permanecer.

Com a definição do ponto de truncamento, são obtidas as estimativas dos parâmetros, cujas expressões têm por base a distribuição normal bivariada duplamente truncada.

Os valores mínimos das duas variáveis serão equivalentes ao ponto de truncamento e os valores máximos serão os mesmos da distribuição não truncada.

$$\rho = \frac{\mu'_{1D1H}}{(\mu'_{2D} \mu'_{2H})^{1/2}}$$

em que:

μ'_{1D1H} = primeiro momento em relação à média da distribuição normal bivariada truncada em relação às duas variáveis,

μ'_{2D} e μ'_{2H} = segundo momento em relação à média da marginal distribuição normal bivariada truncada, em relação às duas variáveis.

Os desvios padrões s_D e s_H são obtidos por:

$$s_i = \frac{4(\mu'_{2i})}{\lambda_i}; i = D \text{ ou } H$$

O valor da moda de D e H é dado pela expressão:

em que:

$$\rho \delta_i \exp(-z_{mi}^2) = \delta_i \left[\pi(1 - \rho^2) / 2 \right]^{1/2} [z_{mi} - 1 - 2y_{mi}] \psi(z_{mi}), i = D \text{ ou } H$$

$$Z_{mi} = \gamma_i + \delta_i \ln \left(\frac{\gamma_{mi}}{1 - \gamma_{mi}} \right), i = D \text{ ou } H$$

$$y_{mi} = \frac{x_{mi} - \xi_i}{\lambda_i},$$

Considerações finais

Os softwares SisTeca® e SisILPF_Teca® consideram, nas simulações de desbaste, a variável diâmetro, simultaneamente, com a altura e a sobrevivência das árvores. Na prática, árvores com diâmetros ainda que menores, mas que tenham boas alturas e potencial de crescimento, em princípio não são desbastadas. Assim, o uso de algoritmos, com estrutura multivariada pelos sistemas, permite a obtenção de resultados que representem parte do conjunto de árvores remanescentes, com diâmetros menores, mas com alto potencial de crescimento pela maior altura, quando em menor competição com árvores vizinhas, como se espera na prática.

Em um povoamento florestal, a escolha adequada das árvores a serem desbastadas leva em conta a homogeneidade da distribuição espacial, evitando a formação de clareiras e reduzindo a competição entre copas de árvores vizinhas. São também considerados aspectos tais como: controle de plantas invasoras, redução do excesso de ramos, qualidade da copa da árvore, sanidade, vigor, forma e bifurcação ou tortuosidade. Questões como estas ainda não são consideradas diretamente nos softwares, mas vêm sendo trabalhadas de forma ao aprimoramento necessário e oportuno, para contemplar os avanços das técnicas de silvicultura de precisão.

Referências

- ALVES, F. V.; ALMEIDA, R. G.; LAURA, V. A.; PORFÍRIO-DA-SILVA, V.; MACEDO, M. C. M.; MEDEIROS, S. R.; FERREIRA, A. D.; GOMES, R. C.; ARAÚJO, A. R.; MONTAGNER, D. B.; BUNGENSTAB, D.; FEIJÓ, D. **Carbon neutral brazilian beef: a new concept for sustainable beef production in the tropics**. Campo Grande, MS: Embrapa Gado de Corte, 2017. 36 p. (Embrapa Gado de Corte. Documentos, 243). Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/167390/1/Carbon-neutral-brazilian-beef.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2021.
- ARIAS-AGUILAR, D. Validación del índice de densidad del rodal para el manejo de plantaciones forestales de *Tectona grandis* L. f. en el trópico. **Kuru: Revista Forestal**, v. 1, p. 1-7, 2004.
- HAFLEY, W. L.; BUFORD, M. A. A bivariate model for growth and yield prediction. **Forest Science**, v. 31, n. 1, p. 237-247, 1985.
- HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. Statistical distribution for fitting diameter and height data in even-aged stand. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 7, p. 481-487, 1977.
- HARRINGTON, T. B. **Silvicultural approaches for thinning southern pines: method, intensity, and timing**. Georgia: School of Forest Resources, 1997. 17 p.
- JAYARAMAN, K.; ZEIDE, B. Optimizing stand density in teak plantations. **Journal of Sustainable Forestry**, v. 24, p. 1-22, 2007.
- KUMAR, B. M.; LONG, J. N.; KUMAR, P. A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular India. **Forest Ecology and Management**, v. 74, n. 1-3, p. 125-131, 1995. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-1127\(94\)03499-M](https://doi.org/10.1016/0378-1127(94)03499-M).
- MADI, J. P. S.; CALEGARIO, N.; MÔRA, R.; CARVALHO, M. P. L. C.; CARVALHO, S. P. C. Density management in clonal *Tectona grandis* Linn. f. plantations. **Scientia Forestalis**, v. 48, n. 125, e3296, 2020. DOI: <https://doi.org/10.18671/scifor.v48n125.25>.
- MINOCHE, D.; RISIO-ALLIONE, L.; HERRERO DE AZA, C.; MARTÍNEZ-ZURIMENDI, P. Density management diagram for teak plantations in Tabasco, Mexico. **Biogeosciences and Forestry**, v. 10, n. 6, p. 909-915, 2017. DOI: <https://doi.org/10.3832/ifor2247-010>.
- OLIVEIRA, E. B. de. **SisTeca: simulador de crescimento e produção para o manejo de plantações de *Tectona grandis***. Colombo: Embrapa Florestas, 2007. 5 p. (Embrapa Florestas. Comunicado técnico, 199). Disponível em: https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/CNPF-2009-09/42708/1/com_tec199.pdf. Acesso em: 14 jul. 2021.
- OLIVEIRA, E. B. de. **Softwares para manejo e análise econômica de plantações florestais**. Colombo:

Embrapa Florestas, 2011. 68 p. (Embrapa Florestas. Documentos, 216). Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/39886/1/Doc216.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2021.

OLIVEIRA, E. B. de. **Um sistema computadorizado de prognose de crescimento e produção de *Pinus taeda* L. com critérios quantitativos para a avaliação técnica e econômica de regimes de manejo.** 1995. 126 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

PEREZ, D.; KANNINEN, M. Stand growth scenarios for *Tectona grandis* plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 210, p. 435-441, 2005.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, v. 46, n. 7, p. 627-638, 1933.

SCHREUDER, H. T.; HAFLEY, W. L. A useful bivariate distribution for describing stand structure of tree heights and diameter. **Biometrics**, v. 33, p. 471-477, 1977.

TANG, S.; MENG, C. H., MENG, F. R. A growth and self-thinning model for pure even-age stands: theory and applications. **Forest Ecology and Management**, v. 70, p. 67-73. 1994.

YODA, K.; KIRA, T.; OGAWA, H.; HOZUMI, K. Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions. **Journal of Biology**, v. 14, 107-129. 1963.

ZEIDE, B. A relationship between size of trees and their number. **Forest Ecology and Management**, v. 72, p. 265-272, 1995.