Influência de Variáveis Contextuais em Medidas Não-Paramétricas de Eficiência: Uma Aplicação com Métodos de Reamostragem

Staub Roberta Blass, Pesquisadora, Banco Central do Brasil [1]
Souza Mirian Oliveira de, Pesquisadora, Embrapa
Souza Geraldo da Silva e, Pesquisador, Universidade de Brasília

1. Introdução

Em um contexto de ajuste de uma fronteira de produção não-paramétrica ou de avaliação multicritério, via a Análise de Envoltória de Dados (DEA), em que o interesse está no estudo da significância de um conjunto finito de variáveis na medida de eficiência, tipicamente faz-se uso de uma abordagem de regressão em dois estágios. Primeiramente estimam-se as medidas de eficiência e no segundo estágio faz-se uso de um modelo de regressão para avaliar a significância dessas variáveis. Exemplos com este tipo de aplicação aparecem em Hoff (2006), Souza e Staub (2007) e Souza et al. (2007). Essas aplicações envolvendo as regressões em dois estágios são complexas pois por construção as medidas de eficiência são correlacionadas. Essa é uma das razões por que os procedimentos de regressão em dois estágios têm sido criticados na literatura. Veja-se Simar e Wilson (2007). Quando o modelo de produção subjacente tem um único produto como resposta, Souza e Staub (2007) mostram que a abordagem é válida assintoticamente. Simar e Wilson (2007) mostram que a análise no caso geral (output com qualquer dimensão) é viável com o uso do *bootstrap*.

Nosso objetivo neste artigo é comparar as duas técnicas *bootstrap* propostas em Simar e Wilson (2007) com um dos modelos de análise proposto em Souza, Staub e Tabak (2006) sob a ótica do *bootstrap*. Os procedimentos alternativos de análise são levados a efeito no contexto de uma aplicação de interesse para a Embrapa em que se procura identificar fatores causais da eficiência técnica medida para os 37 centros de pesquisa da instituição.

A discussão levada a efeito no artigo procede como segue. Na Seção 2 introduz-se o sistema Embrapa de produção. A Seção 3 apresenta o modelo estatístico de interesse proposto em Souza, Staub e Tabak (2006) e os *bootstraps* de Simar e Wilson (2007). Na Seção 4 apresentam-se os resultados estatísticos e finalmente na Seção 5, apresentam-se as conclusões da análise e um resumo dos resultados obtidos.

---

[1] As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente dos autores e não refletem, necessariamente, a visão do Banco Central do Brasil.

2. O Sistema Embrapa de Produção

A Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa) é composta de 37 centros de pesquisa. Estes centros são classificados segundo suas missões e objetivos de pesquisa como centros ecorregionais (13), centros de produto (15) e centros temáticos (9). Também são classificados segundo sua estrutura de custos em pequenos (11), médios (18) e grandes (8).

A Embrapa monitora 28 variáveis de produto e 3 variáveis de insumo em seu sistema de produção de pesquisa. As variáveis de produção são classificadas em quatro categorias: produção técnico científica, produção de publicações técnicas, transferência de tecnologia e promoção da imagem e desenvolvimento de tecnologias, produtos e processos. Os três insumos considerados são despesas de pessoal (x_1), custeio (x_2) e capital (x_3) que representam *proxies* do quantum de uso desses insumos. Trabalharemos aqui com uma única medida de produto (y) definida como uma média ponderada das produções nos quatro agregados de produto. O uso de um produto univariado na análise torna as unidades de pesquisa da Embrapa mais comparáveis e viabiliza os resultados teóricos de Souza e Staub (2007). A definição de um sistema de pesos apropriado para a definição deste produto agregado é uma tarefa complexa e não será discutida aqui. Uma descrição detalhada do sistema de produção da Embrapa incluindo o uso de pesos é encontrada em Souza, Ávila e Cruz (1997), Souza e Ávila (1999) e Souza e Ávila (2000).

As variáveis de produção (insumos e produtos) da Embrapa, consideradas para estudo neste artigo, são referentes ao ano de 2005 e estão apresentadas na Tabela 1 juntamente com as variáveis contextuais medidas no período. As variáveis contextuais são representadas por receita própria (Recp), parcerias (Par), melhoria de processos (Mproc), centros temáticos (Tipo T), de produto (Tipo P), eco-regionais (Tipo E), de tamanho pequeno (Tam P), médio (Tam M) e grande (Tam G).

Tabela 1: Valores dos insumos (x_i), produto agregado (y) e variáveis contextuais tipo (Tipo), tamanho (Tam), receita própria (Recp), parcerias (Par) e melhoria de processos (Mproc), em 2005.

Unidade	x_1	x_2	x_3	y	Tipo	Tam	Recp	Par	Mproc
1	2,045	3,216	2,133	3,244	T	G	0,152	0,662	0,796
2	0,934	0,857	0,796	0,849	P	M	0,789	0,295	0,000
3	0,642	0,898	1,018	1,056	T	M	0,122	0,688	0,503
4	1,382	1,218	1,101	1,182	P	M	0,168	0,637	0,633
5	1,074	1,629	1,333	1,105	T	M	0,055	0,266	0,365
6	0,682	0,668	0,852	0,417	P	P	0,074	0,447	0,540
7	0,334	0,475	0,545	1,558	T	P	0,276	0,577	0,775

8	1,058	0,757	0,724	0,769	P	M	0,125	0,653	0,767
9	1,037	0,952	3,495	0,555	P	M	0,166	0,512	0,000
10	1,484	1,231	1,597	1,912	P	G	0,422	0,543	0,953
11	0,997	1,195	0,824	1,226	P	M	0,076	0,513	0,804
12	0,994	1,076	0,825	1,062	T	M	0,084	0,615	0,918
13	1,134	1,012	1,045	1,013	P	M	0,155	0,530	0,605
14	1,645	1,765	0,804	1,286	P	G	0,222	0,734	0,486
15	0,831	0,818	0,489	0,770	T	M	0,325	0,405	0,419
16	0,827	0,810	0,713	1,083	P	M	0,298	0,438	0,875
17	1,512	1,887	1,083	1,797	P	G	1,000	0,512	0,618
18	1,122	1,113	1,282	1,147	P	M	0,461	0,580	0,000
19	0,487	0,472	1,044	1,757	T	P	0,067	0,619	0,341
20	0,706	1,042	0,409	0,959	P	M	0,294	0,204	0,721
21	1,289	0,960	0,673	0,386	E	G	0,048	0,216	0,266
22	1,761	1,385	1,270	0,858	E	G	0,261	0,430	0,900
23	1,601	1,406	0,642	1,663	E	G	0,330	0,726	0,655
24	0,624	0,662	0,589	0,265	E	P	0,067	0,613	0,459
25	0,396	0,366	0,607	0,678	E	P	0,007	0,424	0,169
26	0,640	0,537	0,456	1,190	E	P	0,057	0,549	0,577
27	0,480	0,584	0,933	0,402	E	P	0,074	0,261	0,253
28	1,092	0,787	1,319	0,583	E	M	0,184	0,465	1,000
29	0,574	0,583	1,003	0,761	E	P	0,092	1,000	0,822
30	0,620	0,503	0,782	0,794	E	P	0,022	0,501	0,273
31	0,893	0,876	1,273	0,939	E	M	0,098	0,340	0,666
32	1,297	1,048	1,347	0,697	E	M	0,150	0,262	0,743
33	2,651	1,989	1,100	1,537	E	G	0,162	0,210	0,588
34	0,710	0,458	0,892	0,838	P	M	0,235	0,884	0,827
35	0,441	0,399	0,606	0,153	P	P	0,065	0,663	0,000
36	0,763	0,836	0,588	1,206	T	M	0,194	0,393	0,756
37	0,242	0,528	0,805	0,174	T	P	0,107	0,089	0,463

3. Análise de Envoltória de Dados (DEA)

Considere um processo produtivo constituído de n unidades de produção, usualmente denominadas em DEA de DMU's (Decision Making Units). A DMU de índice k, $k = 1, \ldots, n$, se utiliza do vetor de quantidades x_k de s insumos, com componentes não negativas e não todas nulas, na produção do vetor de quantidades y_k, de dimensão r, com componentes não negativas e não todas nulas. Denote por $Y=(y_1,y_2,\dots,y_n)$ a matriz de produção $r\times n$ e por $X=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ a matriz $s\times n$ de utilização de insumos. Assim, para uma dada unidade k com vetor de produção (x_k,y_k), a medida de eficiência técnica $\hat{\theta}_k$ é obtida resolvendo o seguinte problema de programação linear:

$$\hat{\theta}_k = \min\left\{\theta;\ y_k \le \sum_{i=1}^{n}\lambda_i y_i,\ \theta x_k \ge \sum_{i=1}^{n}\lambda_i x_i,\ \lambda_i \ge 0\right\} \tag{1}$$

Se $\hat{\theta}_k = 1$, a DMU k é considerada tecnicamente eficiente.

A formulação acima do cálculo da medida DEA de eficiência pressupõe retornos constantes à escala e é orientada para insumos. Veja Coelli et al. (2005). A solução com retornos variáveis é obtida adicionando-se a restrição $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1$.

A Embrapa se utiliza da medida DEA, com orientação a insumos, sob a suposição de retornos constantes à escala, no cálculo da eficiência técnica de produção de cada um dos seus centros de pesquisa.

Os modelos de regressão em dois estágios, associados à medida de eficiência técnica, tipicamente, especificam a distribuição da medida de eficiência estimada (no primeiro estágio) como dependente do construto linear $\mu = z\beta$, sendo z o vetor de observação nas variáveis contextuais, de dimensão p, e β um parâmetro p-dimensional desconhecido. Souza, Staub e Tabak (2006) consideram várias alternativas de modelagem para a distribuição de $\hat{\theta}$ incluindo os modelos do tipo Tobit. A formulação que consideraremos aqui é a que postula que $\hat{\theta}$ tem a distribuição da variável $N(\mu,\sigma^2)$ truncada no intervalo (0,1). A função densidade de probabilidades dessa variável aleatória vem dada por:

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{1-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{-\mu}{\sigma}\right)}, & \text{se } 0<t<1 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \tag{2}$$

As funções $\phi(.)$ e $\Phi(.)$ representam, respectivamente, as funções de densidade e de distribuição de probabilidades da normal padrão.

Os parâmetros β dos efeitos técnicos presentes em μ são estimados pela maximização da função de verossimilhança

$$L(\beta,\sigma) = \prod_{k=1}^{n}\frac{\phi\left(\frac{x_k-\mu_k}{\sigma}\right)}{\sigma\left(\Phi\left(\frac{1-\mu_k}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{-\mu_k}{\sigma}\right)\right)} \tag{3}$$

Note que a especificação acima implica que

$$\hat{\theta}_k = \mu_k + \varepsilon_k \tag{4}$$

onde a variável aleatória J_k é a normal $N(0)O^2$ truncada à esquerda em $2I_k$ e à direita no $12I_k$.

Os problemas de estimação envolvidos no ajuste do modelo de regressão (4), como observado em Simar e Wilson (2007), são de três tipos. Correlação serial, viés em $\hat{N}_k$ e correlação das variáveis contextuais com J_k. Sob certas condições de regularidade, para os modelos de produção com um único output, Banker (1993) e Souza e Staub (2007) mostram que a análise se justifica assintoticamente. No caso geral, sob um conjunto de condições de regularidade diferente, Simar e Wilson (2007) propõem dois procedimentos alternativos do tipo *bootstrap*. Banker e Natarajan (2004) e Souza, Staub e Tabak (2006) também sugerem modelos heurísticos para o ajuste de modelos com base em medidas DEA associadas a modelos de produção com outputs múltiplos. No contexto de Souza e Staub (2007) o procedimento *bootstrap* também pode ser utilizado para corrigir o viés e os desvios padrão dos estimadores das componentes de $\cap$ e do parâmetro O. Os dois procedimentos de Simar e Wilson (2007) são apresentados abaixo em forma de Algoritmos (1 e 2). Observamos que as três abordagens exigem realizações iid da distribuição $N(I, O^2)$ truncada em (0,1). Essa variável aleatória é gerada utilizando a expressão

$$t v \neq w I \leq O \leq 2^{21}, \upsilon\oplus \chi\ni \psi\otimes \quad ()()(\frac{122 I}{1 O O}) I \qquad \text{—} \tag{5}$$

onde w é uma variável aleatória com distribuição uniforme em (0,1).

Algoritmo 1:

1. Para cada $()y_k, k = ,...,$, calcule $\hat{N}_k$ usando (1);
2. Use o método de máxima verossimilhança para obter um estimador $\hat{\cap}$ de $\cap$, bem como um estimador O de O na regressão normal truncada de $\hat{N}_k$ em z_k em (4), usando $m n <$ observações quando $\hat{N}_k < 1$, isto é, elimine as observações com eficiência unitária;
3. Repita os passos (3.1-3.3) L vezes para obter um conjunto de repetições bootstrap $A = ,\{()\hat{\cap}^{/} O^{/}{}_{bb}\}^{L}_{=1}$:

   3.1. Para $k m = ,1..,$, gere J_k da distribuição $N(0)O^2$ truncada à esquerda em $2 z_k \hat{\cap}$ e à direita em $1 2 z_k \hat{\cap}$;

   3.2. Para $k m = ,1..,$ calcule $N^{/}_{k} = z_k \hat{\cap} + J_k$;

   3.3. Use o método de máxima verossimilhança para estimar a regressão truncada de $N^{/}_{k}$ em z_k, obtendo estimativas $()\hat{\cap}^{/}, O^{/}$;

4. Use as repetições *bootstrap* em A e os estimadores originais $\hat{\cap}, \hat{O}$ para obter estimativas *bootstrap* de parâmetros, desvios padrão e intervalos de confiança.

O viés de $\hat{N}_k$, relativamente ao valor verdadeiro N_k da eficiência técnica,

$$vies(\hat{N}_k) = E(\hat{N}_k) - N_k \qquad (6)$$

é estimado por

$$vies(\hat{N}_k) = E(\hat{N}^{/}_k) - \hat{N}_k, \qquad (7)$$

onde o valor esperado é aproximado por meio da média das realizações $\hat{N}^{/}_{kb}$. Portanto,

$$\widehat{vies}(\hat{N}_k) = \frac{1}{L}\sum_{b=1}^{L} \hat{N}^{/}_{k,b} - \hat{N}_k = \bar{N}^{/}_k - \hat{N}_k \qquad (8)$$

Assim, um estimador com viés corrigido de N_k é:

$$\tilde{N}_k = \hat{N}_k - \widehat{vies}(\hat{N}_k) = 2\hat{N}_k - \bar{N}^{/}_k \qquad (9)$$

Notamos aqui que o *bootstrap* do *Algoritmo 1* só difere do *bootstrap* associado ao modelo proposto por Souza, Staub e Tabak (2006) na eliminação das observações com eficiência unitária.

A seguir apresenta-se o segundo algoritmo.

Algoritmo 2:

1. Para cada $(x_k, y_k), k = 1, ..., n$, calcule $\hat{N}_k$ usando (1);
2. Use o método de máxima verossimilhança para obter um estimador $\hat{\cap}$ de $\cap$, bem como um estimador $\hat{O}$ de O na regressão normal truncada de $\hat{N}_k$ em z_k em (4), usando $m < n$ observações quando $\hat{N}_k < 1$, isto é, elimine as observações com eficiência unitária;
3. Repita os passos (3.1-3.4) L_1 vezes para obter n conjuntos de repetições *bootstrap* $B_{kb} = \{\hat{N}^{/}_{kb}\}_{b=1}^{L_1}$.
   3.1. Para $k = 1, ..., n$, gere J_k da distribuição $N(0, \hat{O}^2)$ truncada à esquerda em $-z_k\hat{\cap}$ e à direita em $1 - z_k\hat{\cap}$.
   3.2. Para $k = 1, ..., n$. Calcule $N^{/}_k = z_k\hat{\cap} + J_k$;
   3.3. Faça $x^{/}_k = x_k \hat{N}_k / N^{/}_k$ e $y^{/}_k = y_k$ para todo $k = 1, ..., n$;
   3.4. Calcule $\hat{N}^{/}_k$, i.e, calcule a medida DEA de eficiência técnica resultante do problema de programação linear em (1) utilizando os pares $(x^{/}_k, y^{/}_k)$;

4. Para $k=1,\ldots,n$, calcule o estimador viés corrigido de $\tilde{N}_k$, como em (9).
5. Use o método de máxima verossimilhança para estimar a regressão normal truncada de $\tilde{N}_k$ em z_k, obtendo as estimativas $(\tilde{\gamma},\tilde{\sigma})$.
6. Repita os passos (6.1-6.3) L_2 vezes para obter um conjunto de repetições *bootstrap* $C=\{(\hat{\gamma}^*,\hat{\sigma}^*)_b\}_{b=1}^{L_2}$.
   6.1. Para $k=1,\ldots,n$, gere ε_k da distribuição $N(0,\tilde{\sigma})$ truncada à esquerda em $-z_k\tilde{\gamma}$ e à direita em $1-z_k\tilde{\gamma}$;
   6.2. Para $k=1,\ldots,n$, calcule $N_k^* = z_k\tilde{\gamma}+\varepsilon_k$;
   6.3. Use o método de máxima verossimilhança para estimar a regressão truncada de N_k^* em z_k, obtendo as estimativas $(\hat{\gamma}^*,\hat{\sigma}^*)$;
7. Use as repetições *bootstrap* em C e as estimativas originais $(\tilde{\gamma},\tilde{\sigma})$ na obtenção de estimativas *bootstrap* dos parâmetros, desvios padrão e intervalos de confiança.

A presença de viés apreciável, em qualquer caso, nas distribuições *bootstrap* dos parâmetros deteriora a performance do intervalo de confiança percentil simples. Para corrigir esse problema, utilizou-se o intervalo de confiança percentil viés corrigido. Veja Souza (1998).

As escolhas de L, no primeiro algoritmo e L_2, no segundo, determinam o número de repetições *bootstrap* usadas para construir os intervalos de confiança nos dois algoritmos. Simar e Wilson (2007) usam 2000 repetições. A escolha de L_1, no segundo algoritmo, determina o número de repetições bootstrap usadas para calcular os estimadores do viés corrigido $\tilde{N}$. Segundo Simar e Wilson (2007) 100 repetições são suficientes para esta finalidade.

4. Resultados Estatísticos

Discutimos agora os resultados da aplicação dos três métodos do tipo *bootstrap* aos dados da Tabela 1. Iniciamos com a técnica de máxima verossimilhança aplicada a todo o conjunto de observações. Essas estimativas constam da Tabela 2. Na Tabela 3 apresentam-se os resultados que se obtém para o estimador de máxima verossimilhança eliminando-se as observações com eficiência unitária.

Tabela 2: Ajuste de máxima verossimilhança, dist. normal $N(\mu,\sigma)$ truncada em (0,1), com todas as observações. Os intervalos de confiança (IC) são assintóticos e no nível de 95%.

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	$\Pr > \|t\|$	IC (lim inf)	IC (lim sup)
Intercepto	0,060	0,201	0,3	0,767	-0,347	0,467
Recp	0,525	0,339	1,55	0,130	-0,162	1,211
Par	0,295	0,280	1,05	0,300	-0,273	0,863
Mproc	0,310	0,214	1,45	0,155	-0,123	0,743
Tipo T	0,233	0,144	1,62	0,115	-0,059	0,525
Tipo P	-0,016	0,141	-0,11	0,909	-0,301	0,269
Tam M	-0,180	0,144	-1,25	0,219	-0,473	0,112
Tam G	-0,116	0,174	-0,66	0,510	-0,468	0,237
s2	0,063	0,025	2,5	0,017	0,012	0,114

Tabela 3: Ajuste de máxima verossimilhança, dist. normal $N(\mu, \sigma^2)$ truncada em (0,1), excluindo eficiências iguais a 1. Os intervalos de confiança (IC) são assintóticos e no nível de 95%.

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	$\Pr > \|t\|$	IC (lim Inf)	IC (lim sup)
Intercepto	0,118	0,142	0,83	0,413	-0,171	0,407
Recp	0,321	0,241	1,33	0,191	-0,168	0,811
Par	0,181	0,209	0,87	0,391	-0,242	0,605
Mproc	0,220	0,157	1,4	0,170	-0,099	0,540
Tipo T	0,037	0,113	0,33	0,746	-0,193	0,267
Tipo P	-0,042	0,107	-0,4	0,694	-0,259	0,174
Tam M	0,005	0,117	0,04	0,967	-0,232	0,241
Tam G	0,047	0,135	0,35	0,731	-0,228	0,321
s2	0,042	0,014	3,09	0,004	0,014	0,069

Nos dois modelos não há indicação de relevância da presença das variáveis contextuais. A correção via *bootstrap* altera este resultado para a proposta que não exclui as unidades eficientes.

A Tabela 4 mostra os resultados que encontramos para o *Algoritmo 1*. Existem instâncias onde o viés relativo é apreciável, i.e, maior que 1%. Os parâmetros com comportamento excessivamente não-linear são o Intercepto, Mproc, Tipo T, Tam G e σ^2. A distribuição dos estimadores dos parâmetros também se afasta consideravelmente da normal sugerindo que os intervalos de confiança constantes da Tabela 3 não estão corretos.

Tabela 4. Resultados para o *Algoritmo 1*: médias e desvios padrão das repetições *bootstrap*, teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov, estimativa do parâmetro com correção do viés e viés relativo.

Parâmetro	Média Rep.	Desvio Padrão	KS	p valor (KS)	Param. Viés Corr.	Viés Relativo (%)
Intercepto	0,124	0,141	0,031	$<0,01$	0,112	5,08
Recp	0,32	0,246	0,021	$<0,01$	0,323	0,31
Par	0,181	0,207	0,017	0,031	0,181	0,00
Mproc	0,217	0,158	0,023	$<0,01$	0,224	1,36
Tipo T	0,036	0,112	0,022	$<0,01$	0,038	2,70
Tipo P	-0,042	0,104	0,012	$>0,15$	-0,042	0,00
Tam M	0,004	0,116	0,016	0,070	0,006	20,00
Tam G	0,045	0,135	0,02	$<0,01$	0,049	4,26
s2	0,032	0,012	0,093	$<0,01$	0,052	23,81

Os resultados para o *Algoritmo 2* constam da Tabela 5. As estimativas diferem das do *Algoritmo 1* com uma mudança de sinal. Normalidade é aceitável para a maioria dos parâmetros.

Tabela 5: Resultados para o *Algoritmo 2*: Estimativas e desvios padrão *bootstrap* e teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov.

Parâmetro	Estim. *Bootstrap*	Desvio Padrão	KS	p valor (KS)
Intercepto	0,044	0,129	0,028	$<0,01$
Recp	0,264	0,205	0,020	0,050
Par	0,125	0,185	0,013	$>0,15$
Mproc	0,185	0,137	0,019	0,078
Tipo T	0,071	0,090	0,009	$>0,15$
Tipo P	-0,016	0,094	0,014	$>0,15$
Tam M	-0,023	0,094	0,018	0,098
Tam G	0,049	0,111	0,016	$>0,15$
s2	0,024	0,009	0,080	$<0,01$

Para as repetições *bootstrap* incluindo as medidas de eficiência unitária obtêm-se os resultados da Tabela 6. Valem aqui considerações similares às feitas anteriormente para o *Algoritmo 1*, sobre o viés e a normalidade dos estimadores.

A significância das variáveis contextuais é analisada a partir dos intervalos de confiança viés corrigidos. Esses constam da Tabela 7 para as três alternativas estudadas.

Não há evidência de significância no contexto dos *Algoritmos 1* e *2*. A inclusão de todas as observações muda substancialmente esse resultado, particularmente com respeito ao *Algoritmo 1*. Nesse contexto as variáveis Recp (receita própria), Par (parcerias) e Mproc (melhoria de processos) têm efeito positivo e significativo na medida de eficiência. Tal resultado é mais consoante com a intuição, face a natureza do estudo, embora a diferença possa ser explicada pela presença potencial de *outliers*, representados pelas observações com eficiência unitária. No conjunto de dados originais existem duas observações com eficiência unitária. Com o intuito de avaliar com mais detalhes os ajustes dos modelos calculamos uma medida de adequabilidade não-paramétrica. A medida escolhida foi o coeficiente de correlação de Pearson entre os valores observados da eficiência técnica e os valores preditos pelos modelos. Os valores encontrados para o coeficiente de correlação foram 0,40, 0,42 e 0,50 para o *Algoritmo 1*, *Algoritmo 2* e para o estimador de máxima verossimilhança corrigido pelo viés, respectivamente. A utilização do coeficiente de Spearman conduz aos valores 0,50, 0,56 e 0,50, respectivamente. A diferença dos coeficientes nos métodos *bootstrap* é que nesses modelos a eficiência unitária é vista como atípica.

A evidência não é de um bom ajuste para nenhum dos três modelos mas a alternativa que inclui todas as observações parece superior no sentido de estar mais consoante com as expectativas de sinais e significância para as variáveis contextuais e reproduzir mais fidedignamente as variações nos valores da resposta.

Tabela 6: Resultados para o *bootstrap* com todas as observações: médias e desvio padrão das repetições *bootstrap*, teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov, estimativa do parâmetro com correção do viés e viés relativo.

Parâmetro	Média Rep.	Desvio Padrão	KS	p valor (KS)	Param. Viés Corr.	Viés Relativo (%)
Intercepto	0,069	0,204	0,059	$<0,01$	0,050	15,00
Recp	0,521	0,345	0,058	$<0,01$	0,528	0,76
Par	0,291	0,281	0,029	$<0,01$	0,299	1,35
Mproc	0,304	0,216	0,035	$<0,01$	0,316	1,93
Tipo T	0,227	0,144	0,053	$<0,01$	0,240	2,57
Tipo P	-0,016	0,142	0,021	$<0,01$	-0,016	0,00
Tam M	-0,178	0,147	0,043	$<0,01$	-0,183	1,11
Tam G	-0,114	0,174	0,026	$<0,01$	-0,117	1,72
s2	0,049	0,025	0,116	$<0,01$	0,076	22,22

Tabela 7: Intervalos de confiança viés corrigidos para o *Algoritmo 1* (IC A1, IC A1), para o modelo com todas as observações (IC M, IC M) e para o *Algoritmo 2* (IC A2, IC A2).

Parâmetro	IC A1 (lim inf)	IC A1 (lim sup)	IC M (lim inf)	IC M (lim sup)	IC A2 (lim inf)	IC A2 (lim sup)
Intercepto	-0,207	0,351	-0,071	0,562	-0,231	0,274
Recp	-0,126	0,855	0,345	2,528	-0,135	0,672
Par	-0,208	0,609	0,146	1,926	-0,234	0,487
Mproc	-0,050	0,573	0,198	2,316	-0,073	0,462
Tipo T	-0,159	0,272	0,164	1,951	-0,103	0,250
Tipo P	-0,239	0,164	-0,099	0,673	-0,205	0,165
Tam M	-0,210	0,243	-0,260	0,275	-0,210	0,165
Tam G	-0,218	0,314	-0,214	0,459	-0,173	0,264
s2	0,029	0,121	0,056	0,375	0,012	0,047

5. Resumo e Conclusões

Apresentamos no artigo três alternativas de métodos *bootstrap* para a avaliação da significância de covariáveis em modelos estatísticos nos quais se estuda o efeito dessas variáveis em uma medida de eficiência técnica calculada com o uso de Análise de Envoltória de Dados. A dificuldade da análise desses modelos reside na presença de correlação e viés nas medidas DEA e de correlação das variáveis contextuais com os resíduos do modelo. Os dois algoritmos propostos por Simar e Wilson (2007) foram comparados entre si e com o método proposto por Souza, Staub e Tabak (2006). A aplicação de interesse em que os métodos foram aplicados consiste na determinação da importância das variáveis intensidade da captação de recursos para a pesquisa, intensidade de parcerias, melhoria de processos administrativos, tipo e tamanho em uma medida de eficiência técnica DEA, orientada para insumos e calculada, sob a hipótese de retornos constantes à escala, para cada um dos 37 centros de pesquisa da Embrapa. Conclui-se do exercício estatístico que o modelo de Souza, Staub e Tabak (2006) mostrou-se aparentemente mais adequado para a aplicação no sentido de ajustar-se melhor às observações do ponto de vista da correlação entre valores preditos e observados e mais informativo em detectar a significância das variáveis contextuais, resultado intuitivamente esperado. Conclui-se do exercício, nesse contexto, que todas as variáveis contextuais são significantes e positivamente associadas à medida de eficiência.

Referências

Banker, R. D. Maximum Likelihood Consistency and DEA: a Statistical Foundation, *Management Science,* 39, 10, 1265–1273, 1993.

Banker, R. D. e Natarajan, R. Statistical Tests Based on DEA Efficiency Scores, *Handbook of Data Envelopment Analysis*, Kluwer, New York, 2004.

Coelli, T., Rao, D. S. P., O'Donnel, C. J. e Battese, G. E. *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, 2 edition, Springer, NY, 2005.

Hoff, A., Second stage DEA: Comparison of approaches for modelling the DEA score, *European Journal of Operational Research,* 181, 3, 425–435, 2006.

Simar, L. e Wilson P. Estimation and Inference in Two-Stage, Semi-Parametric Models of Production Process, *Journal of Econometrics,* 136, 31–64, 2007.

Souza, G. S. Alves, E., Ávila, A. F. D. e Cruz, E. R. Produtividade e Eficiência Relativa de Produção em Sistemas de Produção de Pesquisa Agropecuária, *Revista Brasileira de Economia,* 51, 3, 281–307, 1997.

Souza, G. S. *Introdução aos Modelos de Regressão Linear e Não-Linear*. Embrapa, Brasília, 1998.

Souza, G. S. Alves, E. e Ávila, A. F. D. Technical Efficiency in Agricultural Research, *Scientometrics,* 46, 141–160, 1999.

Souza, G. S. e Ávila, A. F. D. A Psicometria Linear da Escalagem Ordinal: uma Aplicação na Caracterização da Importância Relativa de Atividades de Produção em Ciência e Tecnologia. *Cadernos de Ciência e Tecnologia,* 17, 3, 11–27, 2000.

Souza, G. S., Staub, R. B e Tabak, B. Assessing the Significance of Factors Effects in Output Oriented DEA Measures of Efficiency: an Application to Brazilian Banks, *Revista Brasileira de Economia de Empresas,* 6, 7–20, 2006.

Souza, G. S. e Staub, R. B. Two Stage Inference Using DEA Efficiency Measurements in Univariate Production Models. Aceito para publicação em *International Transactions of Operations Research,* 2007.

Souza, G. S., Gomes, E. G., Magalhães, M. C. e Ávila, A. F. D. Economic efficiency of Embrapa's research centers and the influence of contextual variables. Aceito para publicação em *Pesquisa Operacional,* 27, 1, 2007.