

MODELAGEM MATEMÁTICA DA CINÉTICA DE SECAGEM DE MANGA ‘TOMMY ATKINS’

P. M. Azoubel¹; A. C. P. L. F. Cabral²; M. D. B. da Silva², S. B. de Oliveira³

¹Embrapa Semi-Árido- BR 428, km 152- C.P.23- Zona Rural- 56302-970- Petrolina-PE- Brasil- Telefone: (87) 3862-1711- Fax: (87) 3862-1744- E-mail: pazoubel@cpatsa.embrapa.br

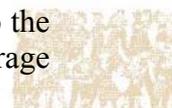
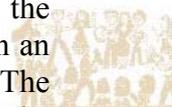
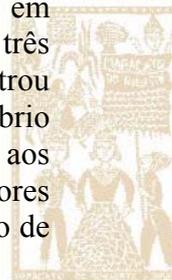
²CEFET Petrolina- BR 407, km 08- Jardim São Paulo- 56300-000- Petrolina- PE- Brasil- Telefone: (87) 3863-2330

³Universidade de Pernambuco, FFPP- Av. Cardoso de Sá, 01- Vila Eduardo- Petrolina- PE- Brasil- Telefone: (87) 3863-2033

RESUMO – Este trabalho teve como objetivo estudar e ajustar matematicamente a cinética de secagem da manga ‘Tommy Atkins’ com e sem pré-tratamento osmótico, utilizando os modelos difusional e Page. O processo foi conduzido em um secador de leito fixo com velocidade do ar de secagem de 3,0 m/s e em três temperaturas diferentes (50, 60 e 70°C). O estudo da cinética de secagem mostrou que o aumento da temperatura favoreceu a diminuição da umidade de equilíbrio dinâmico e do tempo de secagem. O modelo de Page apresentou bom ajuste aos dados experimentais da secagem de manga ‘Tommy Atkins’, apresentando valores do coeficiente de determinação maiores ou iguais a 0,9997 e erro médio relativo de até 15%.

PALAVRAS-CHAVE: desidratação osmótica; difusividade efetiva; secagem.

ABSTRACT – This work had as objective the study and the mathematical modeling of ‘Tommy Atkins’ mango drying, with and without osmotic pretreatment, using the difusional and Page models. The process was conducted in a fixed bed dryer with an air velocity of 3.0 m/s and at three different temperatures (50, 60 e 70°C). The kinetics study showed that a temperature increase favoured the decrease of the dynamic equilibrium moisture and the drying time. Page model gave a good fit to the experimental data, with determination coefficients higher than 0.9997 and average relative error up to 15%.



1. INTRODUÇÃO

A manga, além de ser bastante apreciada em sua forma in natura, também é consumida através de seus produtos industrializados. Os principais produtos obtidos são o doce em calda e a polpa. Esse último pode ser empregado na elaboração de polpas concentradas, doces e geléias, sucos e néctares (Martin *et al.* 1981). Outro produto também obtido dessa fruta é a manga desidratada ou seca, que vem sendo a forma utilizada para a sua preservação em países da Ásia, e que tem se tornado cada vez mais popular na Europa (Tedjo *et al.*, 2002; Berardini *et al.*, 2005).

A secagem de produtos sólidos com o ar quente é uma operação unitária muito utilizada nas indústrias de alimentos (Park *et al.*, 1996). Como forma de melhorar o controle desse processo, é importante dispor de modelos que simulem as curvas de secagem nas diversas condições (Karathanos e Belessiotis, 1999).

A Teoria Difusional é geralmente utilizada para estudar a cinética de secagem, tendo como base a equação da difusão líquida (Segunda Lei de Fick), onde o fluxo de massa é proporcional ao gradiente de concentração dentro do sólido. Crank (1975) propôs uma solução analítica para a Lei de Fick, considerando distribuição de umidade inicial uniforme e ausência de qualquer resistência térmica para uma placa plana infinita:

$$\left[\frac{X_t - X_e}{X_0 - X_e} \right] = \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^2} \exp \left[- (2i+1)^2 \pi^2 D_{ef} \frac{t}{4L^2} \right] \quad (1)$$

onde: X_t = umidade em um tempo t (kg/kg matéria seca - ms); X_0 = umidade inicial (kg/kg ms); X_e = umidade no equilíbrio (kg/kg ms); D_{ef} = difusividade efetiva (m^2/s); L = meia espessura (m); t = tempo de processo (s).

A utilização de modelos empíricos também tem sido feita para descrever a cinética de secagem de vários produtos. O modelo de Page (equação 2) foi proposto para descrever a cinética de secagem de milho; entretanto, tem sido utilizado para outros alimentos (Pinto, 1996).

$$\left[\frac{X_t - X_e}{X_0 - X_e} \right] = \exp(-kt^b) \quad (2)$$

onde k e b são constantes do modelo.

Sendo assim, este trabalho teve como objetivo o estudo e a modelagem matemática da cinética de secagem de manga ‘Tommy Atkins’ com e sem pré-tratamento osmótico utilizando os modelos difusional e Page.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Neste trabalho foram utilizadas mangas ‘Tommy Atkins’ maduras, apresentando teor de sólidos solúveis de 11,7° Brix, adquiridas no mercado local de Petrolina, PE. Os frutos foram lavados, descascados manualmente e a polpa foi cortada em retângulos (5,0 x 3,0 cm) de 0,5 cm espessura, utilizando-se uma faca de aço inoxidável e cortadores projetados para este fim.

Para a desidratação osmótica, a matéria-prima, devidamente cortada e limpa, foi pesada e colocada em béqueres de 250 mL com a solução desidratante de sacarose (44%p/p). A relação amostra/solução de 1:10 foi utilizada para garantir a concentração constante da solução osmótica. Os béqueres foram colocados em uma incubadora com agitação (100 rpm) e temperatura controlada (34°C). Após 80 minutos, as fatias foram retiradas da solução, enxaguadas com água destilada para retirar o excesso de solução osmótica, com o auxílio de peneiras,

colocadas em papel absorvente secas e levadas diretamente ao secador.

A secagem convectiva foi realizada em um secador de leito fixo, em três temperaturas (50, 60 e 70°C) e velocidade do ar de secagem de 3,0 m/s. A pesagem das amostras foi realizada a cada 15 minutos, até que o equilíbrio dinâmico entre a amostra e o ar de secagem fosse alcançado.

O estudo da cinética de secagem convectiva foi realizado a partir dos dados do adimensional de umidade em função do tempo do processo. Os modelos descritos pelas equações 1 e 2 foram utilizados para ajustar os dados experimentais.

O erro relativo médio (P) foi calculado através da equação 3 (Lomauro *et al.*, 1985), a fim de avaliar se os modelos utilizados foram ou não preditivos.

$$P = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|V_P - V_O|}{V_O} \quad (3)$$

Onde: P é o desvio relativo médio (%); V_P são os valores preditos pelo modelo; V_O são os valores observados experimentalmente; N é número de pontos experimentais.

3. RESULTADOS

O modelo difusional, considerando geometria de placa plana infinita, foi utilizado para a modelagem da secagem (Figura 1) e cálculo da difusividade efetiva. Foram utilizados 11 termos da série infinita, pois esta quantidade de termos foi a que gerou melhor ajuste em relação à equação utilizada.

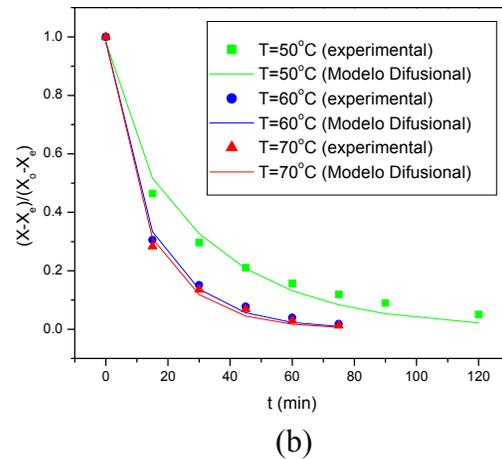
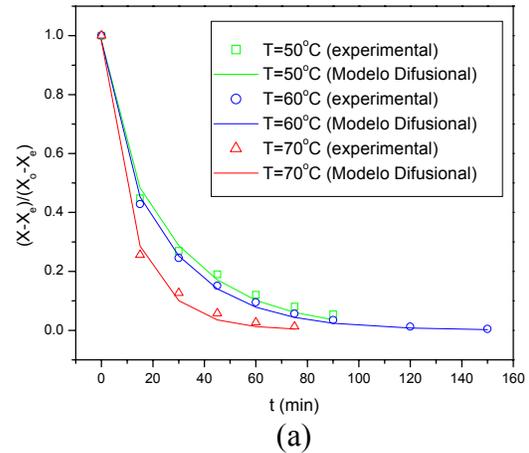


Figura 1- Ajuste do modelo difusional para a manga com (a) e sem (b) pré-tratamento osmótico

Os valores para a difusividade efetiva (D_{ef}), coeficiente de correlação (R^2) e erro relativo médio (P) para a secagem da manga in natura (FIN) e desidratada osmoticamente (FDOS) estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1- Ajuste do modelo difusional para a manga in natura (FIN) e desidratada em sacarose (FDOS)

Amostra	T (°C)	$D_{ef} \times 10^9$ (m ² /s)	R ²	P (%)
FIN	50	1,2790	0,9883	21,2143
	60	2,5003	0,9971	22,4161
	70	2,9356	0,9972	24,0620
FDOS	50	1,4588	0,9951	14,2180
	60	1,6450	0,9978	12,4440
	70	2,7065	0,9964	31,9493

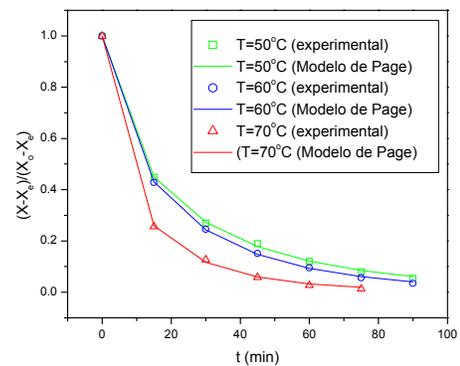
Analisando os resultados obtidos observa-se que o aumento de temperatura favoreceu o processo de transferência de massa e, conseqüentemente, o aumento da difusividade efetiva, como também observou Araújo (2005) trabalhando com nectarina.

A difusividade efetiva das amostras pré-tratadas apresentou valores inferiores quando comparados aos das amostras in natura, com exceção da condição de T=50°C, em que ocorreu o inverso. Tal fato não era esperado, uma vez que, como as amostras desidratadas osmoticamente em sacarose perderam água e incorporaram sólidos no pré-tratamento, a água livre disponível era menor nestas amostras e, portanto, a taxa de transferência de massa seria menor.

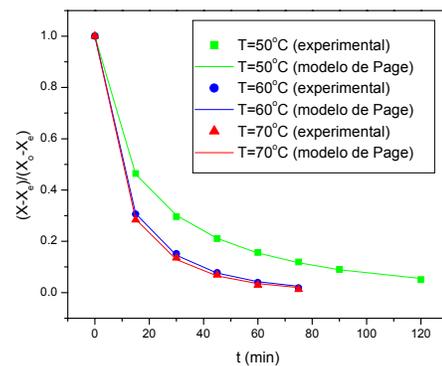
O modelo de Fick não teve um bom ajuste aos dados experimentais, pois os valores de P obtidos são superiores ao valor sugerido por Lomauro *et al.* (1985), que é de 10%, apesar de apresentar coeficiente de correlação próximo da unidade.

Os resultados da difusividade efetiva obtidos estão de acordo com os observados na literatura (Araújo, 2005; Simal *et al.*, 2005; El-Aouar *et al.*, 2003), onde se verificam valores de coeficiente de difusão mais baixos para a fruta pré-tratada osmoticamente comparados àqueles da fruta in natura.

A Figura 2 representa o ajuste dos dados experimentais pelo modelo de Page para as amostras de manga. Os parâmetros do modelo obtidos estão apresentados na Tabela 2. O modelo de Page obteve um bom ajuste, com valores de P inferiores ou próximos de 10%. O fato desse modelo ser exponencial (natureza de todas as curvas de cinética de secagem) e ainda possuir dois parâmetros ajustáveis (k e b) favorece um melhor ajuste. Resultados similares foram observados por Akpinar *et al.* (2003), para a batata, por Doymaz (2004), para a cenoura, por Simal *et al.* (2005), para o kiwi, e por El-Aouar *et al.* (2003), para o mamão.



(a)



(b)

Figura 2- Ajuste do modelo de Page para manga com (a) e sem (b) pré-tratamento osmótico

Tabela 2- Parâmetros do modelo de Page para a manga ‘Tommy Atkins’ in natura (FIN) e pré-tratada em sacarose (FDOS)

Amostra	T (°C)	K	b	R ²	P (%)
FIN	50	0,0101	0,6375	0,9999	1,9350
	60	0,0092	0,7138	0,9999	8,5306
	70	0,0099	0,7113	0,9998	15,2571
FDOS	50	0,0068	0,7011	0,9997	3,6118
	60	0,0052	0,7476	0,9999	4,3169
	70	0,0138	0,6732	0,9997	12,8204

4. CONCLUSÃO

O modelo de Page obteve melhor ajuste, podendo ser utilizado para predição da cinética de secagem da manga ‘Tommy Atkins’, nas condições experimentais utilizadas neste estudo.

5. REFERÊNCIA

AKPINAR, E.; MIDILLI, A.; BICER, Y. Single layer drying behaviour of potato slices in a convective cyclone dryer and mathematical modeling. *Energy Conversion management*, v. 44, p. 1689-1705, 2003.

ARAÚJO, E.A.F. *Estudo do processo de desidratação osmótica e secagem de nectarina (Prunus persica)*. Campinas, 2005. 115p. Tese (Doutor em Engenharia de Alimentos). Faculdade de Engenharia de Alimentos. Universidade Estadual de Campinas.

BERARDINI, N.; KNODLER, M.; SCHIEBER, A.; CARLE, R. Utilization of mango peels as a source of pectin and polyphenolics. *Innovative Food Science and Emerging Technologies*, v. 6, p. 442-452, 2005.

CRANK, J. *Mathematics of diffusion*. 2ed. Oxford:Clarendon Press, 1975. 414p.

DOYMAZ, I. Convective air drying characteristics of thin layer carrots. *Journal of Food Engineering*, v.61, p. 359-364, 2004.

EL-AOUAR, A.A.; AZOUBEL, P.M.; MURR, F.E.X. Drying kinetics of fresh and osmotically pretreated papaya (Carica papaya L.). *Journal of Food Engineering*, v. 59, p. 85-91, 2003.

KARATHANOS, V.T.; BELESSIOTIS, V.G. Application of a thin-layer equation to drying data of fresh and semi-dried fruits. *Journal of Agricultural Engineering Research*, v. 74, p. 355-361, 1999.

LOMAURO, C. J.; BAKSHI, A. S.; LABUZA, T. P. Evaluation of food moisture sorption isotherm equations. Part I: fruit, vegetable and meat products. *Lebensmittel-Wissenschaft und Technologies*, v. 18, p. 112-122, 1985.

MARTIN, Z.J. DE; QUAST, D.G.; MEDINA, J.C.; HASHIZUME, T. Processamento: produtos, características e utilização. In: ITAL. (ed). *Frutas tropicais: manga*. Campinas, 1981. p.293-351.

PARK, K.J.; BROD, F.P.R.; SILVA, J.E.A.R. Estudo comparativo de secagem de cebolinha (*Allium sp.* Cv. Galega). *Ciência e Tecnologia de Alimentos*, v. 16, p. 143-145, 1996.

PINTO, L.A.A. *Cinética de secagem de filés de peixe: uso de um modelo difusivo com variação de volume*. São Carlos, 1996. 154p. Dissertação (Doutor em Engenharia Química). Universidade Federal de São Carlos.

SIMAL, S.; FEMENIA, A.; GARAU, M.C.; ROSELLÓ, C. Use of exponential, Page’s and diffusional models to simulate the drying kinetics of kiwi fruit. *Journal of Food Engineering*, v. 66, p. 323-328, 2005.

TEDJO, W.; TAIWO, K.A.; ESHTIAGHI, M.N.; KNORR, D. Comparison of pretreatment



methods on water and solid diffusion kinetics
of osmotically dehydrated mangos. *Journal of
Food Engineering*, v. 53, p. 133-142, 2002.