

54

# QUANTIFICAÇÃO DE RISCOS CLIMÁTICOS VIA MODELOS DE REGRESSÃO DE COX

Aline de Holanda Nunes Maia<sup>1</sup>; Holger Meinke<sup>2</sup>.

## INTRODUÇÃO

O gerenciamento de riscos climáticos requer informação sobre estados futuros de variáveis climáticas, geralmente representada por funções de distribuição de probabilidade acumulada (FDPA,  $P(Y \leq y)$ ) ou por suas funções complementares ( $P(Y > y)$ ), ditas funções probabilidade de exceder (FPE). Uma variedade de métodos estatísticos tem sido utilizada para estimação de FPE, incluindo, modelos de regressão linear múltipla, regressão logística e métodos não paramétricos (MAIA et al, 2007; LO et al, 2008). Apesar de parecer intuitivo que a incerteza associada às estimativas das FPE é fundamental para os tomadores de decisão, esse tipo de informação raramente é fornecido. Modelos estatísticos de previsão baseados em séries históricas da variável de interesse (chuva, temperatura) e de preditores derivados de estados do oceano e da atmosfera (índices climáticos tais como: temperaturas da superfície do mar – TSM, índice de oscilação sul, IOS, El Niño/Oscilação Sul - ENSO) se constituem em alternativas promissoras para auxílio à tomada de decisão, em escalas locais e regionais. O uso de tais indicadores permite incorporar mudanças de padrão derivadas de mudanças climáticas em modelos estatísticos que utilizam informação histórica. Neste trabalho, mostramos como o Modelo de Regressão de Cox (MRC; COX, 1972), tradicionalmente utilizado para modelagem de tempos de falha, em investigações na área médica e em ciências sociais, pode ser de grande utilidade para avaliação probabilística de riscos climáticos, mesmo para variáveis que não representam tempos de falha tais como chuva, produtividade de culturas, lucros, entre outras. O MRC pode ser utilizado para avaliar a influência de preditores (índices climáticos) sobre riscos de interesse (representados pelas FPE), estimar FPE para combinações específicas de preditores e incertezas associadas além de fornecer informação sobre riscos relativos, de grande valor para tomadores de decisão. Apresentamos dois estudos de caso nos quais o Modelo de Cox foi usado para investigar: a) o efeito do IOS e de um

---

<sup>1</sup> Embrapa Meio Ambiente, Jaguariúna, São Paulo, Brazil. [ahmaia@cnpma.embrapa.br](mailto:ahmaia@cnpma.embrapa.br).

<sup>2</sup> Department of Plant Sciences, Wageningen University, Wageningen, Netherlands. [holger.meinke@wur.nl](mailto:holger.meinke@wur.nl)

índice derivado de TSM do Pacífico sobre o início da estação chuvosa em Cairns (Austrália) e b) a influência o índice Nino 3.4, derivado de estados da TSM no Pacífico Equatorial sobre o chuva acumulada no período de Março a Junho em Limoeiro do Norte (Ceará, Brasil). O objetivo da apresentação desses estudos é meramente didático, para demonstrar o potencial do método proposto como ferramenta de auxílio à tomada de decisão.

## **MATERIAL E METODOS**

**Estudo de caso I: Início da estação chuvosa em Cairns, Norte da Austrália.** Investigamos a influencia de dois indicadores climáticos, o IOS (media do período Julho – Agosto, JJA) e , anomalias da primeira componente resultante da análise de componentes principais da TSM numa ampla região do Pacífico (TSM1) sobre a data de início da estação chuvosa em Cairns. O início da estação chuvosa em cada ano (1948-2004) foi considerado como a data em que 15% da mediana histórica do total de chuvas do verão (September to April) foi atingido (depois de 1º Setembro e antes de 31 de Março), um dos três critérios adotados por LO et al (2008).

**Estudo de caso II: Chuva acumulada no período de Março a Junho em Limoeiro do Norte, Ceará).** Sabe-se que o fenômeno ENSO tem grande influência sobre as chuvas nessa Região, apesar de existirem outros preditores importantes (ex. TSM do Atlântico) a serem investigados. Foram utilizadas series históricas do índice Niño 3.4, baseado em anomalias da TSM (média das anomalias no período Outubro a Fevereiro) na região conhecida como Niño 3,4 ([www.cpc.noa.gov/data/indices/sstoi.indices](http://www.cpc.noa.gov/data/indices/sstoi.indices)) e séries da chuva acumulada em Limoeiro do Norte (1975 to 2007), obtida da Fundação Cearense de Meteorologia, Funceme ([www.funceme.br/DEPAM/download/postos/81.txt](http://www.funceme.br/DEPAM/download/postos/81.txt)).

**Modelos de Regressão de Cox (MRC).** Segundo ALLISON (1995), o termo regressão de (Cox, 1972), refere-se, de modo conjunto, ao modelo, que descreve a relação entre uma FPE e preditores (covariáveis) e ao método utilizado para estimação dos parâmetros do modelo, a máxima verossimilhança restrita. Apesar de também ser conhecido como modelo de riscos proporcionais (MRC-RP), o modelo de Cox pode ser facilmente generalizado para acomodar situações onde a pressuposição de riscos proporcionais (RNP) não é satisfeita (MRC-RNP). A função PEC para uma variável que representa um tempo de falha (curva de sobrevivência) é dada por

$$S(t; z_i) = [S_0(t)] \exp(z_i' \cdot \beta)$$

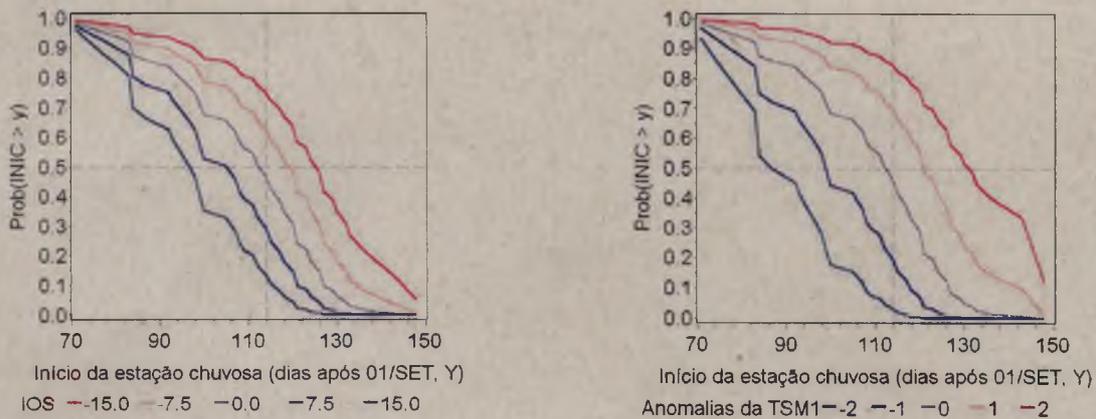


Figura 1. FPE para a data de início da estação chuvosa em Cairns (Austrália), estimadas via CRM-RP, mostrando a influência dos preditores IOS e TSM1, isoladamente. Linhas verticais pontilhadas indicam a data mediana de início da estação chuvosa.

**Tabela 1:** Influência dos preditores IOS (Julho-Agosto) e SST1 sobre riscos associados ao início da estação chuvosa em Cairns, quantificadas utilizando o MRC-RP.

Preditor	GL	Estimativa	Erro Padrão	Risco Relativo	P-value
IOS	1	0,0399	0,0198	1,041	0,0436
TSM1	1	-0,5281	0,2273	0,590	0,0202

\* Nível de significância nominal do teste qui-quadrado de Wald para as hipóteses  $\beta_l = 0$ .

**Estudo de caso II: Chuva acumulada no período de Março a Junho em Limoeiro do Norte, Ceará).** O teste de hipóteses relativo à interação SST\*CHUVA não revelou evidência de violação da hipótese de riscos proporcionais ( $p=0,9512$ ) Foi então ajustado um modelo de riscos proporcionais para descrever a influência da SST sobre a  $P(CHUVA > y)$ .

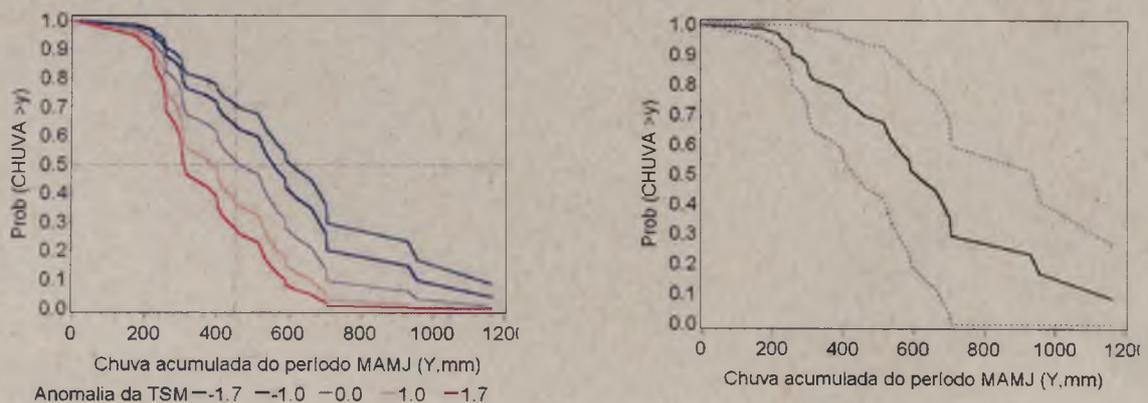


Figura 2. FPE para chuva sazonal em Limoeiro do Norte, CE, estimadas via CRM-RP mostrando a influência do preditor SST: diferentes valores de SST e SST=-1,7, com intervalo de confiança de 95%. A linha vertical pontilhada indica a mediana da chuva sazonal.

Onde  $t$  tempo até a ocorrência do evento de interesse,  $S_0(t)$  a função de sobrevivência obtida quando todos os preditores têm valor nulo;  $z'_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{ik})$  is o vetor de preditores do modelo;  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \dots, \beta_k)'$  é o vetor de parâmetros do modelo correspondentes a cada preditor. Substituindo-se  $t$  por  $w$  em  $PEC(t; z_i)$  onde  $w$  é uma variável contínua qualquer, temos

$$PEC(t; w_i) = [PEC_0(w)]^{exp(z'_i \cdot \beta)}$$

No estudo de caso de Cairns, a variável de interesse é o tempo até o início da estação chuvosa; em Limoeiro,  $w$  é a chuva do período de Março a Junho. Usando os exemplos de Cairns e Limoeiro, quantificamos a influência de potenciais preditores sobre as referidas variáveis climatológicas de interesse. Em ambos os casos, a pressuposição de riscos proporcionais é investigada acrescentando-se ao modelo termos referentes às interações entre cada preditor e a variável resposta.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

**Estudo de caso I: Início da estação chuvosa em Cairns, Norte da Austrália.** A influência dos preditores IOS e TSM1 sobre o início da estação chuvosa (INIC) é ilustrada na Fig. 1. As famílias de FPE para diferentes valores do IOS (-15, -10, 0, +10 or +15) e das SST1 (-20, -10, 0, 10, 20), indicam o impacto do ENSO sobre essa variável climática, como demonstrado por LO et al (2007). Valores p derivados dos testes de hipótese sobre a nulidade dos parâmetros correspondentes às interações INIC\*preditor apontam apenas moderada evidência de violação da hipótese de riscos proporcionais ( $p > 0.15$ ). Assim, os preditores foram eliminados progressivamente do modelo, escolhendo-se a cada iteração aquele com maior valor p, resultando num modelo que considera a influência dos índices SOI e SST sobre a  $Prob(INIC > y)$  onde  $y$  é qualquer data entre 1/09 e 3/03 (Tabela 1). Os valores p derivados dos testes de razão de verossimilhança indicam forte evidência de efeito de ambos os preditores, IOS ( $p = 0.0436$ ) e TSM1 (0.0202), sobre riscos associados ao início tardio da estação chuvosa. Estimativas dos riscos relativos para IOS e TSM1 no modelo reduzido (Tabela 1) indicam que TSM1 afeta INIC em Cairns de modo mais pronunciado que o IOS. Os riscos relativos indicam que para cada acréscimo unitário no valor do IOS, a  $P(INIC < y)$  aumenta em 4,1%; para o preditor SST, ocorre redução de 41% ou seja a  $P(INIC < y)$  é multiplicada por 0,59, independente do valor de  $y$  (Tabela 1).

Utilizando o modelo ajustado foram preditas probabilidades e respectivos intervalos de confiança para alguns valores de SST (-1,7; -1,0 ;0; 1,0 e 1,7). Os resultados mostram evidências de efeito do ENSO ( $p=0,0665$ , Figura2) sobre riscos associados às chuvas sazonais: para cada incremento unitário no preditor SST , o risco da chuva do período MAMJ ser inferior a y aumenta em 47%. Segundo o modelo ajustado, durante o evento La Niña do corrente ano (2008), a probabilidade de a chuva do período de Março a Junho exceder 450 mm é 0,70, com base no valor médio do índice SST (Nino 3.4) nos cinco meses anteriores ao período alvo da previsão. A amplitude do intervalo de confiança indica que a influência de outros preditores deve ser investigada (ex. TSM do Atlântico) com o objetivo de melhorar a precisão das estimativas obtidas via modelo de regressão de Cox.

## **CONCLUSÕES**

Neste trabalho, demonstramos o potencial de aplicação do Modelo de Cox como ferramenta para avaliação probabilística de riscos, gerando informações fundamentais para tomadas de decisão em setores afetados por fenômenos climáticos. O Modelo de Cox é extremamente útil para avaliação de riscos climáticos em escala espacial e temporal, pois não requer pressupostos sobre a forma das distribuições da variável climática para os diferentes locais e períodos de interesse.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALLISON, P. D. Survival Analysis Using the SAS System: A Practical Guide. Cary, NC, SAS Institute Inc., 1995. 292 pp.
- COX, D.R,1972: Regression Models and Life-Tables (with Discussion), *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 34, 187–220.
- LO F.; M. WHEELER; H. MEINKE; A. DONALD. Probabilistic forecasts of the onset of the north Australian wet season. *Monthly Weather Review* 135 (10), 3506–3520, 2007.
- MAIA, A. H. N.; H. MEINKE, S. LENNOX; R. C. STONE, 2007: Inferential, non-parametric statistics to assess quality of probabilistic forecast systems. *Monthly Weather Review*, 135(2), 351-362.