



DINCON' 2007

6th Brazilian Conference on Dynamics,
Control and Their Applications

IBILCE - UNESP
S. J. Rio Preto, SP
Brazil

May 22- 25, 2007

Proceedings of the 6th Brazilian Conference on
Dynamics, Control and Their Applications

ISBN: 978-85-85769-32-1

**FILTRAGEM DE PROJEÇÕES TOMOGRÁFICAS DA CIÊNCIA DO SOLO UTILIZANDO TRANSFORMADA DE ANSCOMBE E KALMAN**

Marcos A. M. Laia¹, Paulo E. Cruvinel², Alexandre L. M. Levada³

¹ Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, marcoslaia@gmail.com

² Embrapa Instrumentação Agropecuária, São Carlos, Brasil, paulocruvinel@terra.com.br

³ Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, alexandre@ursa.ifsc.usp.br

Abstract: In this work the use of extended Kalman filter is considered to treat tomographic projections, gotten for the mini-tomographic for Soil science developed by EMBRAPA Instrumentação Agropecuária, disturbed for a time and space variant noise, to get an improvement in the relation Signal/Noise. The results validation was made using the best ISNR's variance (improvement in signal-noise ratio) as well as the details loss of produced images, which had been generated with the use of the filtered retroprojection algorithm. Is presented a Kalman Filter modification to treat the projections' Poisson noise. To a best ISNR, the Anscombe Transform had been use in set with the filter while a best ISNR's variance explores a better filter's stability.

Keywords: Kalman filter, Geophysical tomography, Anscombe transform.

1. TOMOGRAFIA DE SOLOS

O uso da tomografia computadorizada (TC) para a investigação de propriedades físicas do solo, em nível de grãos e poros, é de fundamental importância para o estudo do transporte da água e dos solutos nesse meio, particularmente na região não-saturada, bem como para investigações das interações entre as raízes e o solo. Aliada às outras técnicas convencionais, como sonda de nêutrons, gravimetria, transmissão direta de raios X ou γ , traçadores, microscopia óptica, microscopia de varredura de elétrons, intrusão de mercúrio e outras similares, há uma grande contribuição para resolver os diversos problemas da área de solos com resultados obtidos numa escala da ordem de milímetros, enquanto muitas respostas são esperadas em nível de partículas, macroporos e microporos [1].

Largamente utilizada nas áreas médicas, o uso da TC em ciência do solo foi introduzido por Petrovic [2], Hainswoth e Aylmores [3] e por Crestana [4]. Petrovic demonstrou a possibilidade de usar um tomógrafo computadorizado de raios X para medir a densidade de volumes de solos, enquanto Crestana demonstrou que a TC pode solucionar problemas ligados aos estudos da física da água no solo. A partir desses estudos, originou-se um projeto que envolveu o desenvolvimento de um tomógrafo a ciência do solo. [5][6].

O uso do computador na tomografia é essencial para a reconstrução da imagem a partir de projeções. Em 1917, o

matemático austríaco Radon foi o primeiro a apresentar uma solução matemática das equações de reconstrução de corpos a partir de projeções determinando a função distribuição de densidade da região estudada através de suas projeções, no campo da gravitação [7]. Bracewell utilizou a reconstrução tomográfica para construir o mapa das regiões solares emissoras de microondas, pois as antenas de microondas existentes não permitiam focalizar um ponto, apenas pequenas faixas da superfície solar. O embrião da tomografia reconstrutiva de raios X pode ser encontrado nos trabalhos de Takahashi [8], onde planos indesejáveis foram eliminados, colocando a fonte de raios X e o filme em um mesmo plano. Oldendorf, em 1961, desenvolveu um aparato rústico para obter imagens através da transmissão de raios γ . Em 1963, Cormack [9] desenvolveu a técnica matemática para reconstruir imagens utilizando o método da retroprojeção. Em 1956, Cormack, professor de Física da University of Cape Town, foi solicitado para supervisionar o uso de isótopos radioativos no Groote Schuur Hospital devido à demissão do físico do hospital. Durante algumas semanas Cormack trabalhou com os isótopos radioativos e acompanhou tratamentos de radioterapia. Com base em experimentos e observações formulou uma matriz de coeficientes para cortes seccionais que poderia ser obtida pela medida da transmissão de raios X em vários ângulos através de um corpo com a obtenção de imagens de secções transversais, o que foi decisivo para a reconstrução das secções a partir de um número finito de projeções estudadas. Em aplicações médicas, o primeiro tomógrafo computadorizado de raios X de caráter comercial foi apresentado em 1973 pela EMI Ltda., [10] causando um grande impacto para diagnóstico radiológico.

A tomografia computadorizada de raios X e γ na escala milimétrica utilizada no domínio da ciência do solo foi introduzida pelo CNPDIA [11][12], permitindo ver secções transversais do interior de amostras sem que seja necessário cortá-las ou fazer qualquer outro tipo de invasão, utilizando o princípio da atenuação da radiação nos meios materiais. Vários trabalhos foram desenvolvidos para o aprimoramento da visualização das imagens adquiridas, e o algoritmo de reconstrução, bem como do hardware desenvolvido [13][14][15][16].

A ação de iluminar um objeto em várias direções proporcionais, após armazenagem, um conjunto de valores que representam amostras de um conjunto de projeções.

Cada dado armazenado é na realidade uma média de alguns parâmetros inerentes do caminho de propagação do raio de iluminação.

As projeções podem ser provenientes de diversas fontes como, por exemplo, dos tradicionais raios X, dos raios γ , da ressonância magnética ou do ultra-som. Com base na intensidade emitida pela fonte de raios X e na intensidade captada por um detector na outra extremidade da reta de propagação, pode-se determinar o peso da atenuação devido ao objeto que se faz presente entre fonte e o detector. Este peso da atenuação é um dado crucial para o processo de reconstrução, o qual possibilita deter um mapa de coeficientes de atenuação linear da secção transversal do objeto.

Esse mapa de coeficientes é representado através de pixels cujos valores são dados pelos chamados números CT (decorrente de Computerized Tomography). Esses números são normalizados em função do coeficiente de atenuação da água. Em outras palavras definem-se os números CT por:

$$\text{Número CT} = \frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \times 1000 \quad (1)$$

onde μ é o coeficiente de atenuação do corpo analisado. Com esse número é possível a obtenção de um mapa de coeficientes de atenuação, o que permite uma análise mais detalhada do corpo em estudo. Em medicina convencionou-se que para a água o número CT igual a 0 (zero).

O raio parte de uma fonte e é detectado por um emissor. A função de integração do objeto ao longo do raio é uma integral de linha. Cada integral de linha dos raios paralelos forma uma projeção paralela, a qual pode ser tratada com base na teoria de sinais. Um sinal pode, assim, ser considerado como uma função unidimensional, onde x corresponde às distâncias relativas ao tempo e sua amplitude indica a intensidade no ponto. Então, deve assumir um valor no intervalo. Sinais reais são contínuos e podem possuir intensidade também em uma escala contínua. Mas, para haver a possibilidade de análise e tratamento desses sinais, é necessário discretizá-los espacialmente e em intensidade. A este processo chama-se digitalização, tendo como consequência um sinal digital. Conceitos como sinal digital, amostragem e vetor de sinal podem ser encontrados em literatura especializadas [17][18].

2. DEGRADAÇÃO DO SINAL

O filtro passa-baixa é uma solução para resolver o problema de sinal ou ruído, mas há perda de informações cruciais. Sistemas com diferentes fontes de ruído não apresentam uma solução aplausível com o uso desse filtro. Há, portanto, necessidade do uso de filtros mais complexos. Para feixes de raios-X na TC, três principais processos de interação da radiação com a amostra influenciam na atenuação do feixe. São eles os efeitos fotoelétricos, efeito Compton e efeito de produção de pares. Além das questões relacionadas aos efeitos mencionados que são decorrentes da faixa de energia utilizada na fonte, questões que influenciam a medida tomográfica computadorizada. Dentre elas encontram-se a estatística da contagem de fótons. A probabilidade de detecção de fótons em um intervalo de

tempo de exposição t pode ser estimada pela função distribuição de probabilidade de Poisson [19],

$$Ps(\phi, t) = \frac{(\bar{\phi})^n}{\phi! e^n} \quad (2)$$

onde ϕ é o número de fótons e $\bar{\phi}$ é a medida de fotoelétrons emitidos no intervalo de tempo t , conforme a expressão abaixo:

$$\bar{\phi} = \xi Mt \quad (3)$$

onde M é a razão média de fótons (fótons/segundo) e ξ é a eficiência quântica da fotomultiplicadora. A incerteza ou ruído é dado pelo desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\xi Mt} = \sqrt{\bar{\phi}} \quad (4)$$

Logo a relação sinal-ruído, SNR, apresentada pelo sinal incidente é:

$$SNR = \frac{\bar{\phi}}{\sigma} = \sqrt{\bar{\phi}} \quad (5)$$

Desta relação é avaliado que para um número pequeno de fótons o ruído pode ser considerável, porém com o aumento de o ruído pode vir a ser desprezível. A emissão de elétrons termiônicos no foto cátodo da multiplicadora causa um aumento nesse ruído. Considerando que o foto-cátodo emite elétrons aleatoriamente em razão da corrente de cátodo incrementado de

$$\sqrt{(\xi M + Md)t} \quad (6)$$

tem-se que a nova relação sinal-ruído que é dada pela expressão:

$$SNR = \frac{\sqrt{t} \xi M}{\sqrt{\xi M + Md}} \quad (7)$$

Na visualização de uma imagem tomográfica há presença de granulosidade, que é significativa para visualização de objetos de baixo contraste. O termo ruído em imagens tomográficas refere-se à variação dos coeficientes de atenuação sobre o valor médio quando uma imagem é obtida de um objeto uniforme [20]. O ruído na imagem pode ser baseado no cálculo do desvio padrão e também no espectro de potência do ruído de Wiener, no qual é visualizado como uma função da frequência espacial, permitindo observar a intensidade e o tipo de ruído envolvendo o sistema, influenciando a imagem obtida.

O ruído presente nas imagens TC inclui erros de arredondamento no programa de reconstrução (ruído do algoritmo), ruído eletrônico e ruído contribuído pelo sistema de visualização. A principal fonte de ruído em imagens TC é a variação quântica (*quantus mottle*), definida como a variação estatística espacial e temporal no número de fótons de raios-X absorvidos no detector. O ruído do algoritmo depende do tamanho do pixel do dispositivo de visualização e também influencia o ruído da imagem, assim, maiores pixels levam a uma redução do ruído na imagem, porém com perda na resolução. Algoritmos de reconstrução normalmente utilizam filtros de suavização que minimizam o efeito visual do ruído, acompanhado de alguma perda na resolução espacial. O ruído eletrônico pode ter origem em dispositivos eletrônicos não ideais, tais como resistores e



capacitores não puros, terminais de contatos não ideais, corrente de fuga de transistores, efeito Joule, podendo ser também independente do sinal, como interferência externa (elétrica ou até mesmo mecânica) [21]. Na Figura 1 é mostrada a presença do ruído Poisson devido a sua baixa contagem de fótons.

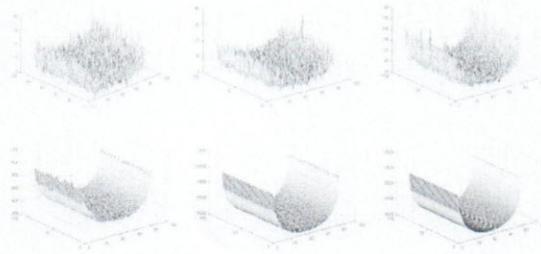


Figura 1 - Relação do ruído Poisson com a contagem de fótons. Quanto maior o número de fótons, maior a relação sinal/ruído. Na última projeção, uma projeção livre de ruído

Além dos ruídos, as imagens de TC estão sujeitas a diversos artefatos e distorções como fontes policromáticas (ou monocromáticas não-ideais), conhecidos pelos efeitos conhecido como endurecimento do feixe, aliasing, diferentes materiais em um mesmo voxel (volume parcial), deslocamento da amostra ou do equipamento [22][23][24].

3. O FILTRO DE KALMAN DISCRETO

O processo a ser estimado resolve o problema geral de estimar um estado $x \in \mathcal{R}^n$ de um processo controlado em um tempo discreto que é gerado por uma equação linear de diferenças estocástica, ou seja:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{k-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

com uma medição $z \in \mathcal{R}^m$ que é

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix} \quad (9)$$

As variáveis aleatórias w_k e v_k representam o ruído do processo e da medida (respectivamente). Elas assumem ser

independentes (entre si), brancas, e com a distribuição de probabilidade normal:

$$P(w) \sim N(0, Q) \quad (10)$$

$$P(v) \sim N(0, R) \quad (11)$$

Na prática, as matrizes da covariância do ruído do processo Q e da covariância do ruído da medição R , podem mudar com cada passo de tempo ou medida, contudo aqui nos assumimos que elas são constantes.

A matriz $A_{n \times n}$ na equação diferencial (8) relata o estado do tempo anterior do passo $(k-1)$ para o estado atual do passo (k) , na ausência de qualquer função direcionada ou ruído do processo. De acordo com [25], na prática A pode mudar a cada estado, mas é assumido que A é constante. A matriz $B_{n \times 1}$ relata a entrada opcional do controle $u \in \mathcal{R}^1$ para o estado x . A matriz $C_{m \times n}$ é a equação de medição (9) que relata o estado para a medida z_k . Na prática, $C_{m \times n}$ pode mudar, mas também é assumido como uma constante.

O objeto de interesse deste trabalho é entender o uso do filtro de Kalman e o uso do algoritmo para separar um ruído de um sinal, mais adiante. Será utilizada uma visão de alto nível e depois será especificada cada equação do algoritmo.

O Filtro de Kalman estima um processo utilizando a forma de realimentação (*feedback*). O filtro estima o estado do processo em algum tempo e então obtém realimentação na forma de medidas (ruidosas). Assim, as equações podem ser divididas em dois momentos: As equações para a atualização do tempo e as equações para a atualização das medidas.

As equações para a atualização do tempo são responsáveis para a projeção à frente (no tempo) das estimativas do estado atual e da covariância de erros para obter as estimativas a priori para o passo do próximo tempo.

As equações para a atualização das medidas são responsáveis para a realimentação – por exemplo, incorporação de uma nova medida na estimativa a priori para obter uma estimativa a posteriori. As equações para atualização do tempo podem ser também pensadas como equações preditoras, enquanto as equações para atualização das medidas podem ser tratadas como equações corretoras. Com isso, a estimação final do algoritmo junta o que é de um algoritmo preditor-corretor para resolver problemas numéricos como mostra a Figura 2.

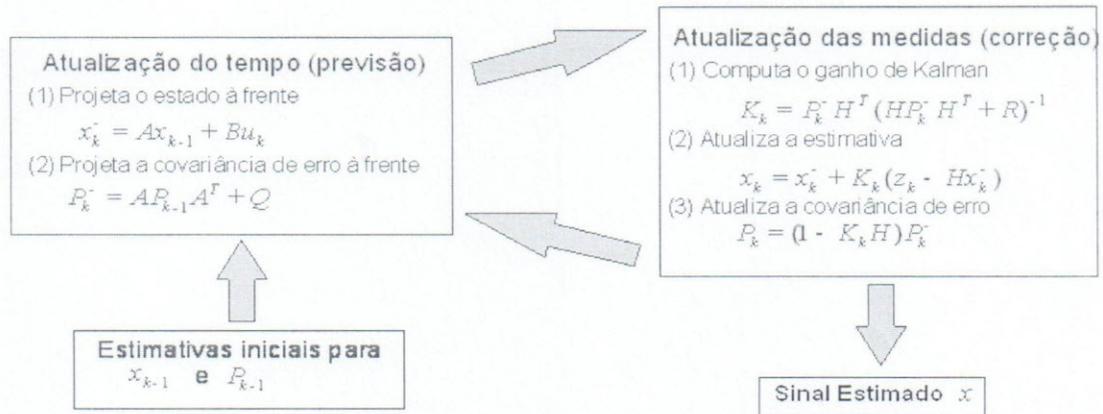


Figura 2 - Algoritmo para o filtro de Kalman

Equações de atualização do tempo (preditor)

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_2^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \hat{x}_1^- \\ \vdots \\ \hat{x}_{k-1}^- \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_2^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} P_1^- \\ \vdots \\ P_{k-1}^- \end{bmatrix} A^T + Q.$$

Nota-se que estas equações projetam as estimativas do tempo e da covariância através do tempo no passo k-1 para o passo k.

Equações de atualização das medidas (corretor)

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} H^T (H \begin{bmatrix} P_1^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} H^T + R)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_k \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} - H \begin{bmatrix} \hat{x}_1^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} P_1^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} = \left(I - \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_k \end{bmatrix} H \right) \begin{bmatrix} P_1^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix}$$

A primeira tarefa durante a atualização da medida é computar o ganho de Kalman, K_k . O próximo passo é atualizar para medir o processo para obter z_k , e então gerar um estado estimado a posteriori por incorporação à medida na equação do meio. O passo final é obter uma estimada covariância de erro via a última equação.

4. TRANSFORMADA DE ANSCOMBE

(12) A Transformada de Anscombe consiste em uma transformação não linear do ruído Poisson, que é dependente do sinal, em um ruído independente do sinal, com (aproximadamente) média nula e variância unitária [26] seguindo uma distribuição gaussiana [27].

A Transformada de Anscombe, TA, de uma variável aleatória x com distribuição de Poisson dada por:

$$z = 2\sqrt{x + \frac{3}{8}} \quad (17)$$

E ainda pode ser representada por

$$z = 2\sqrt{x + \frac{1}{8}} + n = s + n \quad (18)$$

onde n representa um ruído aproximadamente independente de s , descrito por uma distribuição gaussiana $n \sim N(0, 1)$.

Assim sendo, é possível demonstrar que a média de x é aproximadamente

$$E[\bar{z}] = 2\sqrt{E[\bar{x}] + \frac{1}{8}} \quad (19)$$

e sua variância é dada por

$$\sigma_z^2 = \sigma_s^2 + 1 \quad (20)$$

Utilizando-se técnicas de filtragem, podemos estabelecer a redução do ruído, agora aditivo e independente do sinal, sobre a nova variável no domínio de Anscombe [28].

Podendo usar uma abordagem para definir o valor do sinal, como a da eq. 20, mas essa abordagem não é muito confiável devido à possibilidade de se obter valores negativos para a variância.

Após a redução do ruído deve-se fazer uma transformada inversa de Anscombe (TIA), para obter, desse modo uma estimativa do sinal com o ruído Poisson reduzido. Essa transformada pode ser obtida por:

$$b = \frac{1}{4} \hat{s}^2 - \frac{1}{8} \quad (21)$$

Essa abordagem é pontual, não tendo correlação com pixels e voxels.



5. MODELANDO O SISTEMA

Para a modelagem do sistema pode-se assumir que $x_{1...k}$ é cada projeção obtida pelo tomógrafo. Assim, u_k , a entrada de controle, é a diferença não ruidosa entre os estados x_k e x_{k-1} .

Como o valor da entrada de controle u_k é desconhecido, utilizamos o algoritmo de suavização Rauch-Tung-Striebek (RTS-Smoother) [29], que trabalha em conjunto com o filtro de Kalman, onde eliminamos a entrada do controle e obtivemos um resultado semelhante, como se pode ver na Figura 3.

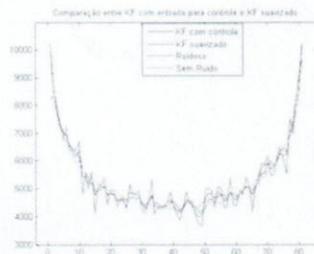


Figura 3 - Comparação entre o filtro com entrada conhecida e o filtro suavizado pelo algoritmo de RTS

Cada estado x_k é um vetor definido pelo número de sensores com valores que variam de acordo com a posição do feixe no tomógrafo, dado um tempo k . Cada sensor é perturbado por um ruído gaussiano branco w com uma covariância Q e média zero, variante no tempo e independente para cada sensor e com um erro de contagem de fótons definido pela distribuição de Poisson. Os sensores também sofrem ação por um ruído gaussiano branco (devido ao ruído Johnson) n com covariância R e média zero, devido ao aquecimento do equipamento, também variante no tempo, mas igual para todos os sensores. Definido o modelo do sistema, é preciso, também, definir as variâncias dos ruídos que afetam o sistema, principalmente as variâncias Q e R . A obtenção de projeções tomográficas pode ser definida pelo seguinte modelo dinâmico:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, v_k) \quad (22)$$

$$y_k = x_k + n_k \quad (23)$$

onde u_k é a entrada exógena ou de controle, sendo a diferença entre uma projeção e outra, v_k é um ruído gaussiano onde $v \sim N(0, Q)$, x_{k-1} um estado medido, livre de ruído, e f é uma função que aplica o ruído *Poisson*, que é uma característica do sistema. A variável y_k é o estado observado perturbado por um ruído de $n \sim N(0, R)$. A Figura 4 representa o diagrama no qual o sinal adquire os ruídos.

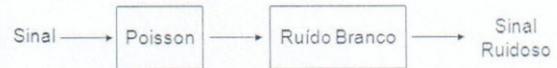


Figura 4 - Esquema representando o sistema no qual o sinal tomográfico é degradado por ruídos de diferentes fontes

Como a equação de processo atribui um ruído Poisson no sistema, podemos utilizar a transformada de Anscombe para transformá-lo em um ruído gaussiano de média 0 e variância 1. Assim temos o filtro de Kalman combinado com a filtragem do ruído *Poisson* para tratamento das projeções tomográficas. O sistema da filtragem pode ser definido pelo diagramas de blocos da Figura 5.

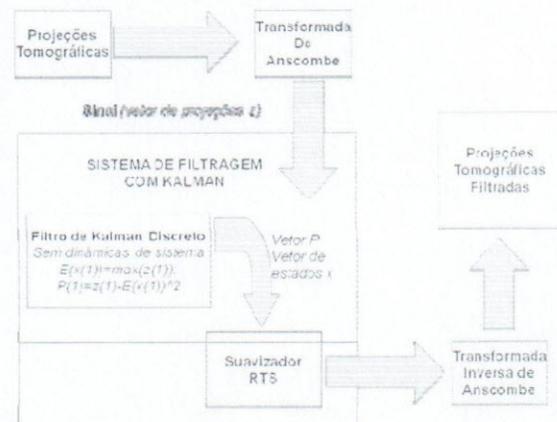


Figura 5 - Esquema representando a filtragem combinada com a transformada de Anscombe e Kalman

6. RESULTADOS

A pesquisa em desenvolvimento busca estabelecer um método de filtragem de projeções tomográficas que proporcione condição adequada da relação sinal-ruído, frente a problemas da ciência do solo, que são variantes no tempo. Até o presente, o desenvolvimento busca em sua concepção analisar um conjunto de técnicas de filtragem dentre as quais filtragem padrão (média e mediana) e filtragem com Kalman (discreto) e Anscombe combinado com filtro de Kalman. Para teste do desempenho do filtro, um phantom com alta contagem de fótons usada para a calibração do equipamento foi utilizada. O corpo no qual foi obtido o phantom possui quatro materiais diferentes envolvidos por Nylon, levando a ter cinco atenuações lineares do sinal do conjunto de projeções do phantom (Figura 6). Para a simulação do ruído, foram adicionados um ruído branco, com variância dez, e um ruído Poisson. Como as influências dos ruídos estão diretamente ligadas à contagem de fótons, obtiveram-se então dois phantoms, com baixas e altas contagens de fótons (Figuras 7 e 8). Esses ruídos foram acrescentados com base no modelo Estado-Espacial das equações (22) e (23). Na baixa contagem, a perda dos detalhes da atenuação linear dos materiais pode ser mais bem vista na imagem reconstruída. Na alta

contagem, os materiais dos phantoms são melhores definidos, mas ainda de forma precária.

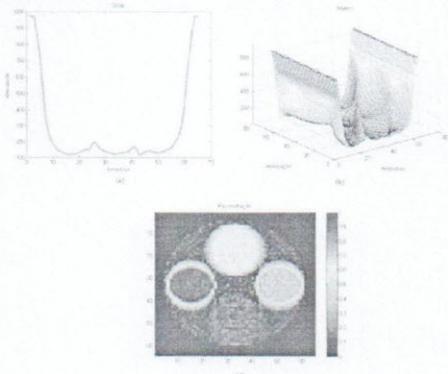


Figura 6 - Phantom heterogêneo considerado livre de ruídos, usado na calibração do minitomógrafo. Em (a), um conjunto de projeções representadas por um sinal, (b) matriz de projeções representada como um conjunto de sinais e (c) imagem das projeções reconstruídas pelo algoritmo de retroprojeção filtrada

problemas não lineares. A Figura 9 mostra os resultados obtidos com o filtro de Kalman discreto para baixas contagens enquanto a Figura 10 mostra os resultados obtidos com esse filtro para altas contagens.

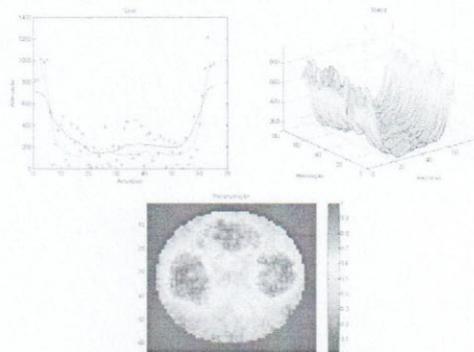


Figura 9 - Phantom heterogêneo com baixa contagem de fótons filtrado pelo algoritmo de Kalman

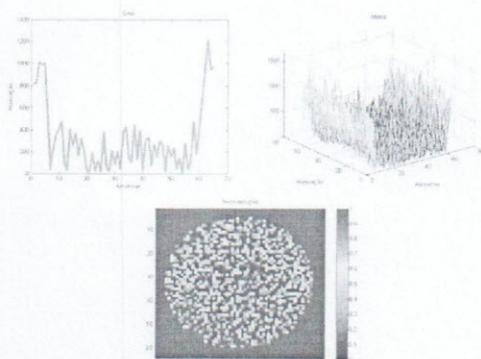


Figura 7 - Phantom heterogêneo com baixa contagem de fótons com ruídos Poisson e branco

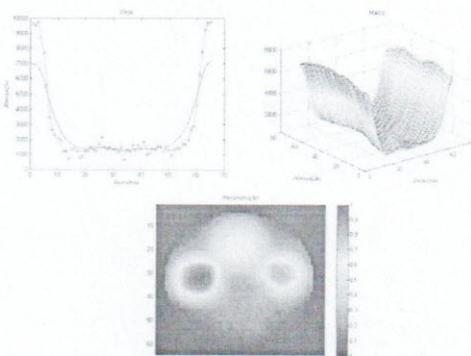


Figura 10 - Phantom heterogêneo com alta contagem de fótons filtrado pelo algoritmo de Kalman

Utilizando a transformada de Anscombe, obtemos uma maior estabilidade do filtro, tratando o ruído do sistema como ruído branco, dado que o sistema de filtragem com Kalman discreto é exclusivamente linear. Os resultados dessa filtragem podem ser vistos nas Figuras 11 e 12.

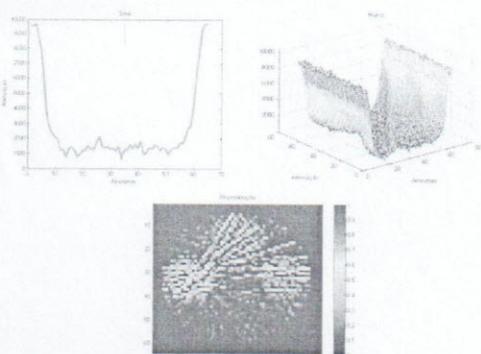


Figura 8 - Phantom heterogêneo com alta contagem de fótons com ruídos Poisson e branco

Para a filtragem do ruído utilizamos o algoritmo de Kalman discreto, onde a natureza adaptativa permitiu a filtragem tanto do ruído branco como ruído Poisson, mesmo que o filtro tenha não tenha uma dinâmica para tratar

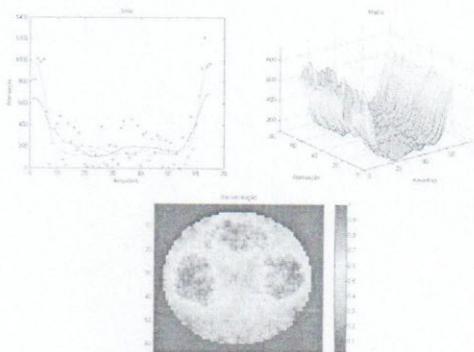


Figura 11 - Phantom heterogêneo com baixa contagem de fótons filtrado pelos algoritmos de Kalman e Anscombe

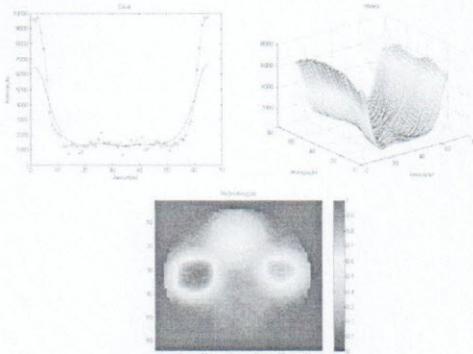


Figura 12 - Phantom heterogêneo com alta contagem de fótons filtrado pelos algoritmos de Kalman e Anscombe

A TABELA I mostra os valores das variâncias do ISNR das projeções de cada imagem obtidos pela filtragem feita pelos filtros de Kalman e Kalman combinado com a transformada de Anscombe calculada em relação ao maior valor de ISNR. Esse critério pode ser utilizado para comprovar a estabilidade do filtro e qualidade das imagens. O ruído foi gerado com uma variância de valor 1 para a amostragem e uma variância de valor 15 para simular o ruído gerado devido à rotação da mesa e do aquecimento do equipamento. Os resultados foram os melhores numa taxa de cinco amostragens de cada resultado, dado que o ruído é variante no tempo.

TABELA I
VARIÂNCIA DOS ISNRS OBTIDOS

Técnica utilizada	Contagem de fótons	Variância do ISNR em relação ao maior valor obtido
Filtro de Kalman	Baixa	0,080
	Alta	0,036
Filtro de Kalman com Anscombe	Baixa	0,080
	Alta	0,029

O filtro de Kalman Discreto provoca uma perda de detalhes em um sinal devido à suavização. Em sistemas lineares, essa perda é mínima. O ruído Poisson tem natureza multiplicativa, com uma distribuição não gaussiana. O filtro por si não possui poder suficiente para realizar uma filtragem com ruídos dessa natureza.

O Filtro de Kalman Discreto é desenvolvido para estimar estados originais de sistemas lineares, que foram corrompidos por ruídos gaussianos brancos. A presença de um ruído Poisson está à frente da capacidade do filtro de estimar o sinal. Portanto, a utilização do filtro de Kalman conjuntamente com a transformada de Anscombe mostrou ser uma ferramenta viável para a filtragem para a filtragem de projeções tomográficas.

7. CONCLUSÕES

Neste artigo são comparados dois estilos de filtragem baseado no filtro de Kalman. O filtro de Kalman, em geral, é uma solução ótima para problemas linearmente modeláveis.

Como ele tende a linearizar um sistema não linear, a solução varia de acordo com o modelo. No caso das projeções utilizadas com baixas contagens de fótons onde o ruído branco é mais influente do que o ruído Poisson, os dois filtros apresentam o mesmo desempenho o que ocorre de maneira diferenciada em altas contagens, onde o ruído Poisson tem uma influência maior do que o ruído branco, ocasionando um melhor desempenho com a transformada de Anscombe. O Filtro de Kalman discreto possui uma simplicidade que permite uma implementação em um equipamento com pouca capacidade de processamento ou implementá-lo em forma de circuitos eletrônicos. A extensão proposta no artigo mantém a simplicidade do filtro. Os resultados apresentados podem ainda ser melhores quando utilizado outras extensões do filtro, mas com o aumento da complexidade do algoritmo.

8. REFERÊNCIAS

- [1] S. Crestana, "Técnicas recentes de determinação de características do solo." In: Reunião Brasileira de Manejo e Conservação do Solo e da Água, 10, 1994, Resumos... Florianópolis: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, p86-97, 1994.
- [2] A. M. Petrovic, J.E. Siebert, P.E. Rieke, "Soil bulk analysis in three-dimensions by computed tomographic scanning", Soil Sci. Soc. Am. J., n.46, p.445-450, 1982.
- [3] J. M. Hainsworth, L. A. G. Aylmore, "The use of the computed-assisted tomography to determine spatial distribution of soil water content", Aust. Journal Soil Res. N. 21, p.1435-1443, 1983.
- [4] S. Crestana, "A Tomografia Computadorizada com um novo método para estudos da física da água no solo", São Carlos, USP, Tese de Doutorado, 140 páginas, 1985.
- [5] P. E. Cruvinel, "Minitomógrafo de raios X e raios-gama computadorizado para aplicações multidisciplinares". Campinas, UNICAMP. Tese de Doutorado, 329p, 1987.
- [6] P. E. Cruvinel et al, "X and γ -ray computerized minitomograph scanner for soil science", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, V.39, N.5, p.745-750, October, 1990.
- [7] J. Radon, "On the determination of functions from their integrals along Certain Manifolds", Ber Saechs. Akad wiss. Leipzig Math. Phys., v.60, p.262-277, 1917.
- [8] H. Takahashi, K. Shimoda, C.H. Townes, "Fluctuation in amplification of quanta with application to maser amplifiers" J. Phys. Soc. Japan, vol. 12, pp.686-700, 1957.
- [9] P. E. Cruvinel et al, "A. Studying the spatial variability of Cr in agricultural field using both particle induced X-ray emission (PIXE) and instrumental neutron activation analysis (INAA) technique". Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Amsterdam: v.109-S10, p.247-251, 1996.
- [10] A. M. Cormack, "Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications". Journal of Applied Physics, v.34, p.272-7, 1963.
- [11] G. N. Hounsfield, "Computerized transverse axial scanning tomography", EUA, 1983.
- [12] R. C. Gonzalez; "Digital Image Processing, 2a. ed., Addison Wesley, Tenesse, EUA, 1987.
- [13] Y. R. Venturini, "Análise quantitativa da qualidade de imagens digitais com o uso de espectro de Wiener". São Carlos, UFSCar, Tese de Mestrado, 89 páginas, 1995.

- [14] E. R. Minatel, "Desenvolvimento de Algoritmo para Reconstrução e Visualização Tridimensional de Imagens Tomográficas com uso de Técnicas Freqüenciais e Wavelets", São Carlos, UFSCar, Tese de Mestrado, 148 páginas, 1997.
- [15] L. F. Granato, "Algoritmo adaptativo para a melhoria em imagens tomográficas obtidas em múltiplas energias", São Carlos, UFSCar, Tese de mestrado, 135 páginas, 1998.
- [16] N. D. A. Mascarenhas, C. A. N. SANTOS, P. E. CRUVINEL, "Transmission Tomography under poisson noise using the Anscombe Transformation and Wiener Filtering of the projections". Nuclear Instruments And Methods In Physics Research Section A, Estados Unidos, v. 423, p. 265-271, 1999.
- [17] E. O. Brigham, "The Fast Fourier Transform and Its Applications", Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- [18] E. Deremack, D.G. Crowe, "Optical Radiation Detectors", - John Wiley & Sons, Inc, 300p, 1984.
- [19] W. R. Hender, "The physical principals of computed tomography", EUA, 1983.
- [20] A. D. Ziel, "Noise in measurements"- John Wiley & sons, inc.; 288p, 1976.
- [21] A. J. Duerinckx, A. Macoesci, "Polycromatic Streak Artifacts in Computed Tomography Images", J. Comput. Assist. Tomogr., 2.481, 1978.
- [22] P. M. Joseph, R.D. Spital, "A method for correction bone-induced artifacts of CT scanners", 1978.
- [23] G. S. Ibbott, "Radiation therapy treatment planning and the distortion of CT images", Med. Phys, 7:261,1980.
- [24] L. F. Granato, "Algoritmo adaptativo para a melhoria em imagens tomográficas obtidas em múltiplas energias", São Carlos, UFSCar, Tese de mestrado, 135 páginas, 1998.
- [25] G. Welch, G. Bishop, "An introduction to the Kalman Filter". Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, 2004
- [26] T. Inouye, "Square Root Transform for the Analysis of Quantum Flutuaction in Spectrum Data", Nuclear Instrument and Methods, 1971.
- [27] F. J. Anscombe, "The Transformation of Poisson, Binomial, Negative-Binomia Data, Biometrika, 1948.
- [28] N. D. Mascarenhas, C. A. Santos & P. E. Cruvinel. "Transmission Tomography Under Poisson Noise Using the Anscombe Transformation and Wiener Filtering of Projections", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A, 1999.
- [29] S. Haykin, "Kalman Filtering and Neural Network", John Wiley & sons, inc.; 285p, 2001.