



- ▶ Home
- ▶ Objectives
- ▶ About the Conference
- ▶ Areas of Interest
- ▶ Program
- ▶ Poster List - Accepted
- ▶ Proceedings and Publication
- ▶ Important Dates
- ▶ Registration Fees
- ▶ Registration
- ▶ Information for Authors
- ▶ Paper Submission
- ▶ Scientific Committee
- ▶ Organizing Committee
- ▶ Local committee
- ▶ Contact Us
- ▶ Presidente Prudente
- ▶ Hotel Reservation

Conference Proceedings
ISBN: 978-85-85769-32-1

Organized by
J.M. Balthazar, G.N.Silva,
M.Meneguette and M.Messias

DINCON' 2008 :::

.....7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications
.....7^o Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações

Date of Event

May 07-09, 2008

REVISTA TEMA - VOL. 9, Nº 2

Formulário de Parecerista

Local :::



Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho"
Faculdade de Ciências e Tecnologia
.FCT - Presidente Prudente- SP

[to see more pictures](#)

Organization :::

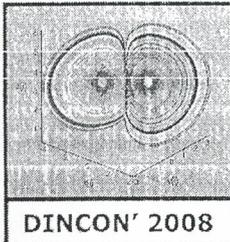
DMEC - Departamento de
Matemática, Estatística e Computação

Unesp - Campus Presidente Prudente - SP

DEMAC - Departamento de Estatística,
Matemática Aplicada e Computação

Unesp - Campus Rio Claro - SP



**FILTRAGEM DE PROJEÇÕES TOMOGRÁFICAS DO SOLO UTILIZANDO KALMAN E REDES NEURAIAS EM UMA ESTIMAÇÃO CONJUNTA***Marcos A. M. Laia*¹, *Paulo E. Cruvinel*²¹ Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, marcoslaia@gmail.com² Embrapa Instrumentação Agropecuária, São Carlos, Brasil, cruvinel@terra.com.br

Abstract: This work presents the space variant noise filtering of tomographic projections based on the Kalman filter. For development and filter selection it was evaluated different modalities of the Kalman filter included the use of artificial neural network. Results were analyzed by means of Improvement in Signal to Noise Ratio (ISNR) measurements, which were obtained in a region of interest (ROI) on the resultant images, reconstructed with the use of a backprojection algorithm. In this context the results qualified the extended Kalman filter with neural network (joint estimation) having three layers (multilayer *Perceptron*) as the best option for filter for soil science tomography.

Palavras-chave: Tomografia de Solo, Filtro de Kalman, Redes Neurais

1. INTRODUÇÃO

A aplicação da tomografia computadorizada (TC) na ciência do solo para investigação de propriedades físicas do mesmo é de fundamental importância para o estudo do transporte da água e dos solutos nesse meio. A transmissão direta de raios X ou γ possibilita uma grande contribuição para resolver os diversos problemas da área de solos com resultados obtidos numa escala da ordem de milímetros, enquanto muitas respostas são esperadas em nível de partículas, macroporos e microporos [1].

Largamente utilizada nas áreas médicas, o uso da TC em ciência do solo foi introduzido por Petrovic [2], Hainswoth e Aylmore [3] e por Crestana [4]. Petrovic demonstrou a possibilidade de usar um tomógrafo computadorizado de raios X para medir a densidade de volumes de solos, enquanto Crestana demonstrou que a TC pode solucionar problemas ligados aos estudos da física da água no solo. A partir desses estudos, originou-se um projeto que envolveu o desenvolvimento de um tomógrafo para a ciência do solo [5].

O uso do computador na tomografia é essencial para a reconstrução da imagem a partir de projeções. Uma abordagem sobre o histórico da tomografia pode ser visto em [6].

A tomografia computadorizada de raios X e γ na escala milimétrica utilizada no domínio da ciência do solo foi introduzida pelo CNPDIA [7] permitindo ver seções transversais do interior de amostras sem que seja necessário cortá-las ou fazer qualquer outro tipo de invasão, utilizando o princípio da atenuação da radiação nos meios materiais. Vários trabalhos foram desenvolvidos para o aprimoramento da visualização das imagens adquiridas, e o algoritmo de reconstrução, bem como do hardware desenvolvido [8][9][10][11].

O processo de tomografia envolve a ação de iluminar um objeto em várias direções proporcionais, após armazenagem, um conjunto de valores que representam amostras de um conjunto de projeções. As projeções podem ser provenientes de diversas fontes como, por exemplo, dos tradicionais raios X, dos raios γ , da ressonância magnética ou do ultra-som. Com base na intensidade emitida pela fonte de raios X e na intensidade captada por um detector na outra extremidade da reta de propagação, pode-se determinar o peso da atenuação devido ao objeto que se faz presente entre fonte e o detector. Este peso da atenuação é um dado crucial para o processo de reconstrução, o qual possibilita deter um mapa de coeficientes de atenuação linear da seção transversal do objeto. Cada dado armazenado é na realidade uma média de alguns parâmetros inerentes do caminho de propagação do raio de iluminação.

O mapa de coeficientes é representado através de pixels cujos valores são dados pelos chamados números CT (decorrente de Computerized Tomography). Esses números são normalizados em função do coeficiente de atenuação da água. Em outras palavras definem-se os números CT por:

$$\text{Número CT} = \frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \times 1000 \quad (1)$$

onde μ é o coeficiente de atenuação do corpo analisado. Com esse número é possível a obtenção de um mapa de coeficientes de atenuação, o que permite uma análise mais detalhada do corpo em estudo. Em medicina convencionou-se que para a água o número CT igual a 0 (zero).

O raio parte de uma fonte e é detectado por um emissor. A função de integração do objeto ao longo do raio é uma integral de linha. Cada integral de linha dos raios paralelos forma uma projeção paralela, a qual pode ser tratada com base na teoria de sinais. Um sinal pode, assim,

ser considerado como uma função unidimensional, onde x corresponde às distâncias relativas ao tempo e sua amplitude indica a intensidade no ponto. Então, deve assumir um valor no intervalo. Sinais reais são contínuos e podem possuir intensidade também em uma escala contínua. Mas, para haver a possibilidade de análise e tratamento desses sinais, é necessário discretizá-los espacialmente e em intensidade. A este processo chama-se digitalização, tendo como consequência um sinal digital. Conceitos como sinal digital, amostragem e vetor de sinal podem ser encontrados em literatura especializadas [12][13].

2. RUÍDOS PRESENTES EM UM SINAL TOMOGRÁFICO

A principal fonte de ruído em imagens TC é a variação quântica (*quantus mottle*), definida como a variação estatística espacial e temporal no número de fótons de raios-X absorvidos no detector. Para feixes de raios-X na TC, três principais processos de interação da radiação com a amostra influenciam na atenuação do feixe. São eles os efeitos fotoelétricos, efeito Compton e efeito de produção de pares. Além das questões relacionadas aos efeitos mencionados que são decorrentes da faixa de energia utilizada na fonte, questões que influenciam a medida tomográfica computadorizada. Dentre elas encontram-se a estatística da contagem de fótons. A probabilidade de detecção de fótons em um intervalo de tempo de exposição t pode ser estimada pela função distribuição de probabilidade de Poisson [14],

$$P_{\text{Poisson}} = \frac{(\bar{\phi})^n}{n! e^{-\bar{\phi}}} \quad (2)$$

onde ϕ é o número de fótons e $\bar{\phi}$ é a medida de fotoelétrons emitidos no intervalo de tempo t , conforme a expressão abaixo:

$$\bar{\phi} = \xi M t \quad (3)$$

onde M é a razão média de fótons (fótons/segundo) e ξ é a eficiência quântica da fotomultiplicadora. A incerteza ou ruído é dado pelo desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\xi M t} = \sqrt{\bar{\phi}} \quad (4)$$

Logo a relação sinal-ruído, SNR, apresentada pelo sinal incidente é:

$$SNR = \frac{\bar{\phi}}{\sigma} = \sqrt{\bar{\phi}} \quad (5)$$

Desta relação é avaliado que para um número pequeno de fótons o ruído pode ser considerável, porém com o aumento de ruído pode vir a ser desprezível. A emissão de elétrons termiônicos no foto cátodo da multiplicadora causa um aumento nesse ruído. Considerando que o foto-cátodo emite elétrons aleatoriamente em razão da corrente de cátodo incrementado de

$$\sqrt{(\xi M + M)t} \quad (6)$$

tem-se que a nova relação sinal-ruído que é dada pela expressão:

$$SNR = \frac{\sqrt{\xi M}}{\sqrt{\xi M + M}} \quad (7)$$

Na visualização de uma imagem tomográfica há presença de granulosidade, que é significativa para visualização de objetos de baixo contraste. O termo ruído em imagens tomográficas refere-se à variação dos coeficientes de atenuação sobre o valor médio quando uma imagem é obtida de um objeto uniforme [15]. Outros tipos

de ruídos presentes nas imagens TC são os erros de arredondamento no programa de reconstrução (ruído do algoritmo), ruído eletrônico e ruído contribuído pelo sistema de visualização.

O ruído eletrônico pode ter origem em dispositivos eletrônicos não ideais, tais como resistores e capacitores não puros, terminais de contatos não ideais, corrente de fuga de transistores, efeito Joule, podendo ser também independente do sinal, como interferência externa (elétrica ou até mesmo mecânica) [16][17][18][19].

Os filtros passa-baixa e mediana são soluções para resolver o problema de sinal ou ruído, mas há perda de informações cruciais. Sistemas com diferentes fontes de ruído não apresentam uma solução aplausível com o uso desse filtro. Há, portanto, necessidade do uso de filtros mais complexos. O uso desses filtros podem ser vistos em [20][21] e sua comparação com uma solução do uso de redes neurais (pré-filtragem) com filtro de Kalman discreto.

3. FILTRO DE KALMAN DISCRETO

O processo a ser estimado resolve o problema geral de estimar um estado $x \in \mathcal{R}^n$ de um processo controlado em um tempo discreto que é gerado por uma equação linear de diferenças estocástica, ou seja:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{k-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

com uma medição $z \in \mathcal{R}^m$ que é

$$\begin{bmatrix} z_2 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{k-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

As variáveis aleatórias n_k e v_k representam o ruído do processo e da medida (respectivamente). Elas assumem ser independentes (entre si), brancas, e com a distribuição de probabilidade normal:

$$P(n) \sim N(0, Q) \quad (10)$$

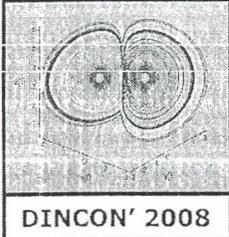
$$P(v) \sim N(0, R) \quad (11)$$

Na prática, as matrizes da covariância do ruído do processo Q e da covariância do ruído da medição R , podem mudar com cada passo de tempo ou medida, contudo aqui nos assumimos que elas são constantes.

A matriz $A_{n \times n}$ na equação diferencial (8) relata o estado do tempo anterior do passo $(k-1)$ para o estado atual do passo (k) , na ausência de qualquer função direcionada ou ruído do processo. De acordo com [22], na prática $A_{n \times n}$ pode mudar a cada estado, mas é assumido que é constante. A matriz $B_{n \times 1}$ relata a entrada opcional do controle $u \in \mathcal{R}^1$ para o estado x . A matriz $C_{m \times n}$ é a equação de medição (9) que relata o estado para a medida z_k . Na prática, $C_{m \times n}$ pode mudar, mas também é assumido como uma constante.

O objeto de interesse deste trabalho é entender o uso do filtro de Kalman e o uso do algoritmo para separar um ruído de um sinal, mais adiante. Será utilizada uma visão de alto nível e depois será especificada cada equação do algoritmo.

O Filtro de Kalman estima um processo utilizando a forma de realimentação (*feedback*). O filtro estima o estado do processo em algum tempo e então obtém realimentação na forma de medidas (ruidosas). Assim, as equações podem ser divididas em dois momentos: As equações para a



atualização do tempo e as equações para a atualização das medidas.

As equações para a atualização do tempo são responsáveis para a projeção à frente (no tempo) das estimativas do estado atual e da covariância de erros para obter as estimativas a priori para o passo do próximo tempo.

As equações para a atualização das medidas são responsáveis para a realimentação – por exemplo, incorporação de uma nova medida na estimativa a priori para obter uma estimativa a posteriori. As equações para atualização do tempo podem ser também pensadas como equações preditoras, enquanto as equações para atualização das medidas podem ser tratadas como equações corretoras. Com isso, a estimação final do algoritmo junta o que é de um algoritmo preditor-corretor para resolver problemas numéricos como mostra a Figura 2.

Equações de atualização do tempo (preditor)

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_2^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} P_2^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{k-1} \end{bmatrix} A^T + Q. \quad (11)$$

Nota-se que estas equações projetam as estimativas do tempo e da covariância através do tempo no passo $k-1$ para o passo k .

Equações de atualização das medidas (corretor)

$$\begin{bmatrix} K_2 \\ \vdots \\ K_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{k-1} \end{bmatrix} H^T (H \begin{bmatrix} P_2^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} H^T + R)^{-1} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \vdots \\ \hat{x}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_2^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_k \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} z_2 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} - H \begin{bmatrix} \hat{x}_2^- \\ \vdots \\ \hat{x}_k^- \end{bmatrix} \right) \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{P}_2 \\ \vdots \\ \hat{P}_k \end{bmatrix} = (1 - \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_k \end{bmatrix} H) \begin{bmatrix} P_2^- \\ \vdots \\ P_k^- \end{bmatrix} \quad (14)$$

A primeira tarefa durante a atualização da medida é computar o ganho de Kalman, K_k . O próximo passo é atualizar para medir o processo para obter z_k , e então gerar um estado estimado a posteriori por incorporação à medida na equação do meio. O passo final é obter uma estimada covariância de erro via a última equação.

3. FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

Uma solução para sistemas não lineares é o filtro de Kalman estendido (FKE) [22]. Analisando a função de predição do filtro de Kalman, equações 12 e 13, é possível observar que o filtro se comporta de forma linear. Aplicando uma função não-linear, pode-se obter uma predição ótima para os próximos estados, o filtro de Kalman Estendido. Este algoritmo aplica o filtro de Kalman para sistemas não lineares simplesmente linearizando todos os modelos não-

lineares, assim as equações do filtro tradicional podem ser aplicadas. O sistema não linear pode ser reescrito na forma:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = F \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{k-1} \end{bmatrix} \right) \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} z_2 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix} = H \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{k-1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{k-1} \end{bmatrix} \right) \quad (18)$$

Para a propagação das variâncias, deve-se conhecer as matrizes jacobianas ou hessianas das funções de transição e observação de estado.

5. ALGORITMO DE SUAVIZAÇÃO RAUCH-TUNG-STRIEBEL

A solução para o problema de predição linear segue uma maneira direta da teoria básica da propagação da covariância em relação à média da variável. Nesta seção, será considerado o problema da suavização ótima.

Supondo que exista um conjunto de dados sobre o intervalo do tempo $0 < k \leq N$. A suavização é uma operação offline que envolve a estimação do estado x_k para $0 < k \leq N$, usando todos os dados disponíveis, tanto passado como futuro. Assume-se que o tempo final N é fixo para determinar a estimativa do estado ótimo x_k para $0 < k \leq N$, e a data futura y_j definida por $k < j \leq N$. A estimação pertinente ao dado passado é conhecida como a teoria da filtragem adiante. Para estar de acordo com a emissão de uma estimação pertinente para o estado futuro, usa-se uma retro-filtragem, que começa no final do tempo N e executa para trás. Deixando como \hat{x}_k^f e \hat{x}_k^b denotam-se as estimativas dos estados obtidos das recursões para frente e para trás, respectivamente. Dadas estas duas estimativas, o próximo passo a ser considerado é como combiná-los em uma estimativa suavizada total \hat{x}_k , que conta com os dados sobre o intervalo de tempo inteiro. O \hat{x}_k é o símbolo utilizado para a estimativa suavizada e não pode ser confundido com o estimado filtrado (*a posteriori*).

Escrevendo a equação de processo como uma recursão para o decrescente k , temos

$$x_k = F_{k+1,k}^{-1} x_{k+1} - F_{k+1,k}^{-1} W_k \quad (19)$$

onde $F_{k+1,k}^{-1}$ é o inverso para a matriz de transição $F_{k+1,k}$. O raciocínio para a retro filtragem começa no tempo final N , o que é demonstrado na Figura 1 (a), e a ser contrastada com a filtragem adiante na Figura 1 (b). Notando-se que a estimativa a priori \hat{x}_k^{b-} e a estimativa a posteriori \hat{x}_k^b para a retro filtragem ocorre para a direita e para a esquerda do tempo k respectivamente na Figura 1 (a). Essa situação é o oposto exato do que ocorre no caso da filtragem adiante mostrada na Figura 1 (b).

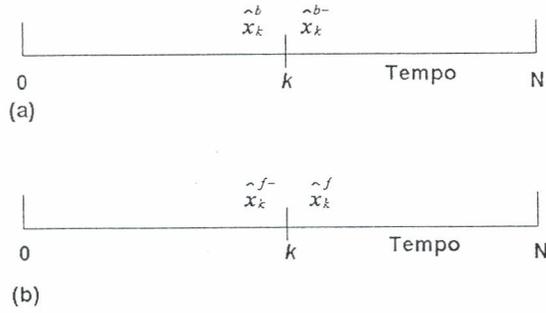


Figura 1. Ilustrando as atualizações de tempo do suavizador para (a) retro-filtragem e (b) filtragem adiante.

Para simplificar a apresentação, nós introduzimos as duas definições:

$$S_k = [P_k^b]^{-1} \quad (20)$$

$$S_k^- = [P_k^{b-}]^{-1} \quad (21)$$

e as duas variáveis intermediárias

$$\hat{z}_k = [P_k^b]^{-1} \hat{x}_k^b = S_k \hat{x}_k^b \quad (22)$$

$$\hat{z}_k^- = [P_k^{b-}]^{-1} \hat{x}_k^{b-} = S_k^- \hat{x}_k^{b-}. \quad (23)$$

Então, construindo o raciocínio da figura, tem-se a derivação das seguintes atualizações para o retro filtro:

1. Atualização da medida

$$S_k = S_k^- + H_k R_k^{-1} H_k \quad (24)$$

$$z_k = \hat{z}_k^- + H_k^T R_k^{-1} y_k \quad (25)$$

onde y_k é o observável definido pela equação de medição, H_k é a matriz de medição e R_k^{-1} é a inversa da matriz de covariância do ruído de medição v_k .

2. Atualização do tempo

$$G_k^b = S_{k+1} [S_{k+1} + Q_k^{-1}]^{-1} \quad (26)$$

$$S_k^- = F_{k+1,k}^T (I - G_k^b) S_{k+1} F_{k+1,k} \quad (27)$$

$$\hat{z}_k^- = F_{k+1,k}^T (I - G_k^b) \hat{z}_{k+1} \quad (28)$$

onde G_k^b é o ganho de Kalman para retro-filtragem e Q_k^{-1} é o inverso da matriz de covariância do ruído do processo w_k . O retro-filtro definido pelas equações de medição e atualização do tempo é a formulação de informação do filtro de Kalman. O filtro de informação é distinguido do filtro básico de Kalman na maneira em que ele propaga a inversa da matriz de covariância de erro, melhor do que a matriz de covariância de erro normal.

Sejam os dados observados no intervalo $0 < k \leq N$ para o fixo N , supõe-se que se obtêm as duas seguintes estimativas:

→A estimativa a posteriori adiante \hat{x}_k^f pela operação do filtro de Kalman nos dados y_j para $0 < j \leq k$.

→A estimativa a priori para trás \hat{x}_k^{b-} pela operação do filtro de informação nos dados y_j para $k < j \leq N$.

Com estas duas estimativas e suas respectivas matrizes de covariância de erro conhecidas, o próximo passo de interesse é como determinar a estimativa suavizada de \hat{x}_k e sua matriz de covariância de erro, que incorpora os dados totais sobre o tempo inteiro no intervalo $0 < k \leq N$.

Reconhecendo que o ruído do processo w_k e o ruído de medição v_j são independentes, formula-se a matriz de covariância de erro da estimativa a posteriori suavizada \hat{x}_k como se segue:

$$P_k = [[P_k^f]^{-1} + [P_k^{b-}]^{-1}]^{-1} \quad (29)$$

$$= [[P_k^f]^{-1} + S_k^-]^{-1} \quad (30)$$

Mais adiante, invoca-se o teorema da inversão de matriz, que pode ser mostrado a seguir. Deixando A e B serem duas matrizes positiva-definidas relacionadas por

$$A = B^{-1} + CD^{-1}C^T, \quad (31)$$

onde D é outra matriz positiva-definida e C é uma matriz com dimensões compatíveis. O teorema da matriz de inversão demonstra que a inversa da matriz A pode ser expressa como:

$$A^{-1} = B - BC[D + C^TBC]^{-1}C^TB \quad (32)$$

Para o problema que se trabalha, atribuem-se:

$$A = P_k^{-1} \quad (33)$$

$$B = P_k^f \quad (34)$$

$$C = I \quad (35)$$

$$D = [S_k^-]^{-1} \quad (36)$$

onde I é a matriz identidade. Então, aplicando o teorema de inversão de matriz na equação da matriz de covariância de erro, obtém-se:

$$P_k = P_k^f - P_k^f [P_k^{b-} + P_k^f]^{-1} P_k^f \quad (37)$$

$$= P_k^f - P_k^f S_k^- [I + P_k^f S_k^-]^{-1} P_k^f. \quad (38)$$

Desta equação, encontra-se que a matriz de covariância de erro a posteriori suavizada P_k é menor ou igual do que a matriz de covariância de erro a posteriori P_k^f produzida pelo filtro de Kalman, o que é naturalmente devido ao fato de que esta suavização utiliza informação adicional contida nos dados futuros.

Este ponto é apresentado na Figura 2, que descreve as variações de P_k , P_k^f e P_k^{b-} com k para uma situação unidimensional.

$$\hat{x}_k = P_k ([P_k^f]^{-1} \hat{x}_k^f + [P_k^{b-}]^{-1} \hat{x}_k^{b-}) \quad (39)$$

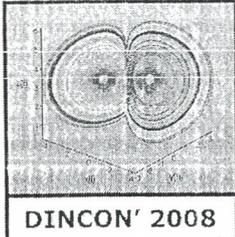
Usando as equações anteriores para simplificar, obtém-se:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^f + (P_k z_k^- - G_k \hat{x}_k^f), \quad (40)$$

onde o ganho suavizador é definido por

$$G_k = P_k^f S_k^- [I + P_k^f S_k^-]^{-1}, \quad (41)$$

que não pode ser confundido com o ganho de Kalman.



O suavizador ótimo já derivado consiste de três componentes:

- Um filtro adiante na forma de um filtro de Kalman;
- Um retro-filtro na forma de um filtro de informação;
- Um suavizador separado, que combina resultados encorpados nos filtros adiante e retrocesso.

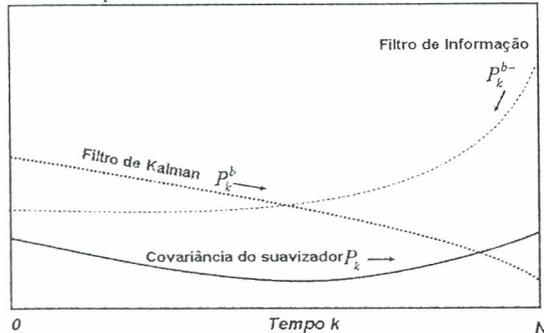


Figura 2. Ilustrando a covariância de erro para a filtragem adiante, retro filtragem, e suavizante.

O suavizador *Rach-Tung-Striebel* (RTS), contudo, é mais eficiente do que um suavizador de três partes que incorpora o retro filtro-e um suavizador separado em uma entidade simples. Especificamente, a atualização da medição do suavizador RTS é definida por:

$$P_k = P_k^f - A_k(P_{k+1}^{f-} - P_{k+1}^T)A_k^T \quad (42)$$

onde A_k é a nova matriz de ganho:

$$A_k = P_k^f F_{k+1,k}^T [P_{k+1}^{f-}]^{-1} - 1. \quad (43)$$

A atualização de tempo correspondente é definida por

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^f + A_k(\hat{x}_{k+1} - \hat{x}_{k+1}^{f-}). \quad (44)$$

O suavizador RTS procede como a seguir:

1. O filtro de Kalman é aplicado para os dados observáveis em uma maneira adiante, que é $k = 0, 1, 2, \dots$, de acordo com a teoria básica.
2. O suavizador recursivo é aplicado para os dados observados de uma maneira retrocessa, que é $k = N - 1, N - 2, \dots$, de acordo com as equações do RTS.
3. As condições iniciais são definidas por:

$$P_N = P_N^F \quad (45)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^f. \quad (46)$$

4. REDES NEURAIS

Um neurônio, dada a sua natureza complexa, ainda não é totalmente modelável, mas, devido ao seu comportamento, há possibilidade de formular modelos computacionais que satisfazem alguns objetivos os quais são difíceis de serem

alcançados com técnicas convencionais de computação [23]. O neurônio computacional é um modelo criado a partir de análises do modelo biológico considerando seu aspecto funcional.

Uma tabela com pesos é responsável pela associação de um peso a um determinado impulso recebido de um neurônio específico. Cada neurônio trata o impulso recebido de um determinado neurônio emissor de forma diferente, atribuindo-lhe um valor, definindo uma tabela de pesos para si [24]. Esses pesos são aplicados a uma soma escalar pelos impulsos de entrada aos outros pesos proporcionando a saída. A saída do neurônio é determinada por uma função de transferência (ou função limite), determinando a transmissão do neurônio quando excitado. Esse modelo foi proposto por McCulloch e Pitts [25].

Existem vários tipos de funções de transferência, as mais comuns são a função de transferência de limite, linear ou sigmoideal, como poder ser visto na Figura 3.

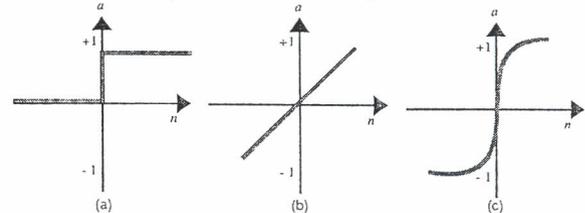


Figura 3. Função de transferência de limite (a), linear (b) e sigmoideal (c). Os eixos a e n correspondem à saída e à entrada da rede, respectivamente. Cada entrada é mapeada na função de forma independente, assumindo um valor de acordo com os pesos.

A função de limite (*Hard-Limit*) limita a saída do neurônio para 0 (se a entrada n for menor que 0) ou 1 (se a entrada n for maior ou igual a 1). Esse tipo de função é utilizado para fazer decisões em classificação. A função linear é utilizada por neurônios como aproximadores lineares em Filtros Lineares. A função sigmoideal recebe a entrada e qualquer valor entre mais ou menos infinito, e retorna a saída entre 0 e 1. Ela é mais usada em redes *backpropagation*, porque é diferenciável.

Um neurônio com um vetor de entradas X de tamanho n é multiplicado pelos pesos W e os valores dos produtos são somados individualmente. O neurônio tem um bias b , que é somado com o produto das entradas e dos pesos para formar uma entrada da rede V . Nesta soma, V é o argumento da função de transferência f (Figura 4).

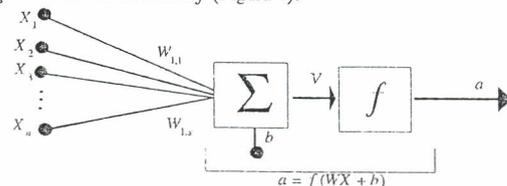


Figura 4. Neurônio com vetor de entradas.

Assim, o valor de V é obtido pela expressão

$$V = W_{1,1}X_1 + W_{1,2}X_2 + \dots + W_{1,n}X_n + b. \quad (47)$$

Dois ou mais neurônios podem ser combinados em uma camada, assim como uma rede neural pode ter mais de uma camada. Considere uma unicamada de neurônios com n elementos de entrada e m neurônios (Figura 5).

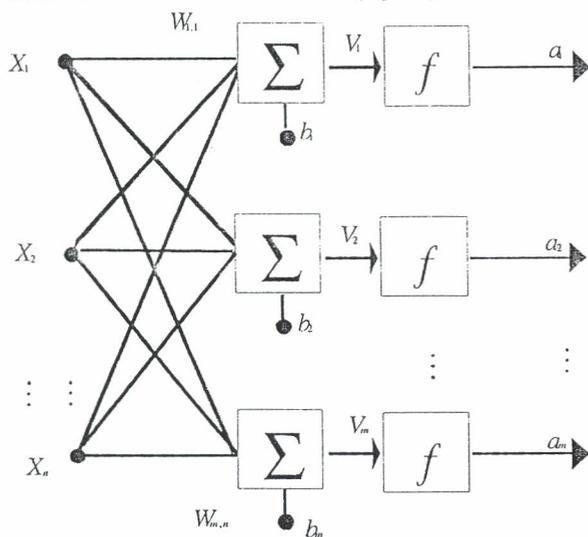


Figura 5. Vários neurônios em uma única camada.

Cada elemento do vetor de entrada X é conectado a cada entrada do neurônio através da matriz W . O i -ésimo neurônio tem uma soma que seu próprio peso e seu próprio bias para formar uma saída escalar $V(i)$. Estes, juntamente com um neurônio m do vetor de entrada V . Assim, a saída da camada forma um vetor coluna a .

O número de neurônios pode ser diferente do número de entradas numa camada, assim a camada não fica restrita. A matriz W ficaria composta como mostra a equação 48.

$$W = \begin{bmatrix} W_{1,1} & W_{1,2} & \dots & W_{1,n} \\ W_{2,1} & W_{2,2} & \dots & W_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{m,1} & W_{m,2} & \dots & W_{m,n} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Utilizou-se neste trabalho uma rede neural do tipo perceptron multicamadas com duas camadas, sendo a camada de entrada com apenas 2 neurônios na camada oculta com a função de transferência ou ativação sigmoidal e um neurônio na camada de saída com a função de transferência linear.

5. ESTIMAÇÃO CONJUNTA

O principal problema é quando se deve identificar as funções necessárias para estimação dos estados e dos parâmetros. As equações para predição passam a ser descritas como:

$$x_k = F(x_{k-1}, w_k) \quad (49)$$

$$z_k = H(x_k, v_k) \quad (50)$$

A estimação de parâmetros envolve a determinação de um mapeamento não linear

$$y_k = G(x_k, W) \quad (51)$$

onde x_k é a entrada, W é o peso e y_k é a saída e o mapeamento não linear G é parametrizado pelo vetor W . O mapeamento não linear pode ser feito por uma rede neural artificial, onde W é o peso[26]. O aprendizado corresponde à estimação dos parâmetros de W . O treinamento pode ser feito com pares de amostras, consistindo em uma entrada conhecida e saída desejadas (x_k, d_k) . O erro de máquinas é definido pela equação 52. O objetivo do aprendizado é minimizar o erro quadrático esperado.

$$e_k = d_k - G(x_k, W) \quad (52)$$

Usando um modelo para treinamento da rede como feito neste trabalho, o FKE pode ser usado para estimar os parâmetros escrevendo uma nova representação estado-espacial:

$$w_k = w_{k-1} + v_k \quad (53)$$

$$y_k = G(x_k, w_k) + e_k \quad (54)$$

onde os parâmetros w_k correspondem a um processo estacionário com uma matriz identidade de transição de estado, governado por um ruído processual v_k (a escolha da variância determina a performance da filtragem). A saída y_k corresponde a uma observação não linear em w_k . O filtro de Kalman estendido pode ser aplicado diretamente como uma eficiente técnica de segunda ordem para correção dos parâmetros.

Como o problema em questão consiste em trabalhar sobre uma entrada x_k não observada e requer uma união entre a estimação dos estados e parâmetros, deve-se considerar um problema de estimação dual, considerando uma dinâmica discreto-temporal do sistema não linear:

$$x_{k+1} = F(x_k, v_k, W) \quad (55)$$

$$z_k = H(x_k, n_k) \quad (56)$$

onde ambos os estados dos sistema x_k e o conjunto dos parâmetros W para o sistema dinâmico devem ser estimados somente do sinal ruidoso y_k .

O sistema dinâmico pode ser entendido como uma rede neural, onde W é o conjunto de pesos. Assim, aplicando essas equações ao filtro de Kalman estendido, tem-se uma nova função para estimação e para observação.

6. MODELAGEM

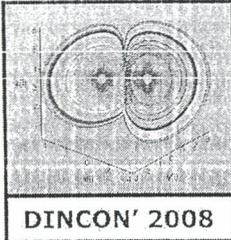
O processo de aquisição de dados do minitomógrafo fornece uma matriz com os valores das amostras que compõem as projeções. Para a modelagem do processo, considera-se uma linha da matriz que, por convenção, denomina-se raio-soma. Esse sinal é composto de várias incidências com valores variáveis e não determinísticos, cuja amplitude $I_m^{[n]}$ é dada por:

$$I_m[n] = I_0 e^{-\mu d}, \quad (57)$$

onde d é a distância percorrida pelo feixe de fótons dentro do corpo em prova e μ é o coeficiente de atenuação.

A variável I_0 representa o valor do feixe livre, sendo afetado por um ruído Poisson que é definido por:

$$P(n, t) = \frac{I_0^n}{n! e^n} \quad (58)$$



onde n representa o número de elementos da fotomultiplicadora e t é o tempo de exposição. Assim, a equação 59 pode ser escrita como

$$I_m^{[n]} = \left[\bar{I}_o + \frac{(\bar{I}_o)^n}{n!e^n} \right] \quad (59)$$

O raio-soma pode ser representado por sua seqüência finita $P_\theta^{[n]}$ dada como se pode ver na Figura 6.

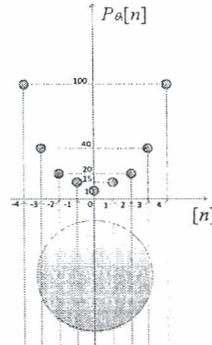


Figura 6. Sinal tomográfico definido por $P_{\theta_i}[n] = I_1\delta(n+4) + I_2\delta(n+3) + I_3\delta(n+2) + I_4\delta(n+1) + I_5\delta(n) + I_6\delta(n-1) + I_7\delta(n-2) + I_8\delta(n-3) + I_9\delta(n-4)$.

Para uma projeção $P^m(\theta)$, pode-se agora escrever que:

$$P_{\theta_i}[n] = \sum_{j=1}^m I_j \delta(n-j). \quad (60)$$

Esta equação é considerada parte do processo e pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} P_{\theta_i}[n] \\ I_2\delta(n-2) \\ \vdots \\ I_m\delta(n-m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1\delta(n-1) \\ \vdots \\ I_m\delta(n-m) \end{bmatrix} \quad (61)$$

Como o valor medido é dado por $P_{\theta_i}[n]$, a equação do sistema define o que é apenas observado:

$$P_{\theta_i}[n] = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} P_{\theta_i}[n] \\ I_2\delta(n-2) \\ \vdots \\ I_m\delta(n-m) \end{bmatrix} \quad (62)$$

Como o processo pode ser tratado de forma recursiva, ou seja, podemos estimar $P_{\theta_i}[n]$, conhecendo $P_{\theta_i}^{m-1}$ e $I_{m-1}\delta(n-m-1)$, na forma da equação:

$$P_{\theta_i}[n] = P_{\theta_i}^{m-1} + I_{m-1}\delta(n-m-1), \quad (63)$$

podem-se reduzir as matrizes para um instante anterior para que o filtro estime o valor do próximo instante como:

$$\begin{bmatrix} P_{\theta_i}[n] \\ I_2\delta(n-2) \\ \vdots \\ I_m\delta(n-m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ - & - & - & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1\delta(n-1) \\ \vdots \\ I_m\delta(n-m) \end{bmatrix} \quad (64)$$

Isso permitirá uma filtragem com conhecimento *a priori* apenas da variável anterior. Assim, as matrizes de transferência e do sistema ficam reduzidas como:

$$\begin{bmatrix} P_{\theta_i}[n] \\ I_{m-1}\delta(n-m-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_m\delta(n-m) \\ I_{m-1}\delta(n-m-1) \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$P_{\theta_i}[n] = [1 \ 0] \begin{bmatrix} P_{\theta_i}[n] \\ I_{m-1}\delta(n-m-1) \end{bmatrix}. \quad (66)$$

A matriz $[1 \ 0]$ corresponde à matriz H da equação do sistema que permite potencializar ou ocultar os estados observados de acordo com as cadeias ocultas de Markov (Hidden Markov chains). Isso permite ao filtro estimar estados que não estão visíveis à saída do sistema. O diagrama de blocos para a filtragem com o algoritmo de Kalman discreto pode ser visto na Figura 7.



Figura 7. Diagramas de blocos para o filtro de Kalman discreto.

Como visto anteriormente, o filtro de Kalman pode receber uma função não-linear e treinar parâmetros (pesos). Há, então, a possibilidade de usar um mapeamento da função com redes neurais onde o próprio filtro treina os neurônios e avança para um sistema estável onde os pesos são estimados de forma ótima e a função mapeamento possui um menor erro possível. Este filtro permite trabalhar com ordens elevadas (com a precisão equivalente à terceira ordem da expansão das séries de Taylor), enquanto o filtro estendido trabalha apenas com funções de segunda ordem. Com o conhecimento da função não-linear do processo e um filtro de Kalman que suporte funções lineares, se obtém uma melhoria significativa no sinal. Como a transformada de Anscombe está presente na equação do processo, não há filtragem do ruído *Poisson*, além de o processo poder ser afetado por outros tipos de ruídos.

Uma solução seria utilizar uma rede neural para promover um melhor mapeamento da função de processo, diminuindo o ruído presente nas projeções. Para uma estimação dos pesos da rede neural em conjunto com as estimações dos estados, pode-se utilizar duas modalidades de filtragem: a estimação dual e a estimação em conjunto. Estas modalidades de filtragem determinam que os pesos iniciais sejam conhecidos, onde o próximo estado é obtido em um mapeamento linear com o estado anterior. Assim temos:

$$x_{k+1} = f(x_k, W_k, v_k) \quad (67)$$

Então, utiliza-se um filtro de Kalman para estimar os estados e um filtro de Kalman para estimar os pesos. Esta filtragem permite a aplicação em um sistema onde a dinâmica de estado é desconhecida ou caótica (não-determinística). A Figura 8 mostra um diagrama de bloco com a implementação do filtro.

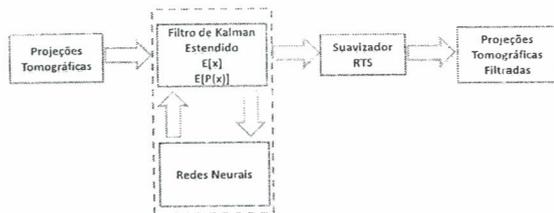


Figura 8. Filtro de Kalman estendido com redes neurais.

Podem-se utilizar as duas modalidades do filtro de Kalman para sistemas não-lineares para compor essa estimação dual. Apesar de ser uma forma mais completa de se estimar, ainda é passível de erros devido ao fato de a estimação do sinal observado ser aproximada.

Uma forma simplificada desse filtro é utilizar a estimação conjunta (uma variação do filtro que combina o filtro de estados aumentados com estimação dual), em que há a possibilidade de estimar, de forma simultânea, os parâmetros necessários para a estimação dos estados do filtro, obtendo em um único filtro a função de estimação e os parâmetros, garantindo uma melhor eficiência no filtro, além de uma implementação simplificada do filtro:

$$\begin{bmatrix} P_{\theta_i}[n] \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(P_{\theta_i}[n-1], W, v_k) \\ I * W \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$P_{\theta_i}[n] = h(P_{\theta_i}[n], n_k) \quad (69)$$

onde W são os pesos para a função f que pode ser descrita como uma rede neural e I uma matriz identidade.

Um corpo de prova ou phantom é um objeto confeccionado especialmente para caracterização e calibração do tomógrafo ou outros experimentos. Assim, para a caracterização dos resultados da pesquisa, um phantom homogêneo cilíndrico foi construído com um material composto de Nylon (Figura 9).

O phantom heterogêneo foi construído com uma base de plexiglass em forma cilíndrica, com apenas quatro comprimentos cilíndricos para inserção e materiais.

Os phantoms têm 60 mm de diâmetro, sendo que as amostras de cálcio e água possuem 19 mm de diâmetro e as amostras de fósforo e alumínio, 22 mm de diâmetro, como ilustrado na Figura 10. As tomografias destes corpos de prova foram imageadas utilizando o minitomógrafo de primeira geração citado anteriormente.

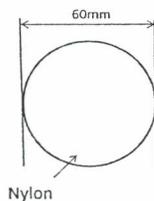


Figura 9. Diagrama para construção do phantom homogêneo.

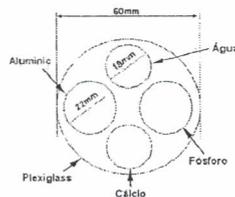


Figura 10. Diagrama para construção do phantom heterogêneo.

Para avaliação da filtragem, utilizaram-se *phantoms* e janela (ROI – *Region of interest*). Assim, pôde-se analisar não só o sinal da matriz de projeções como também a imagem reconstruída. As projeções e a imagem reconstruída para os *phantoms* homogêneo e heterogêneo sem filtragem são apresentadas na Figura 11.

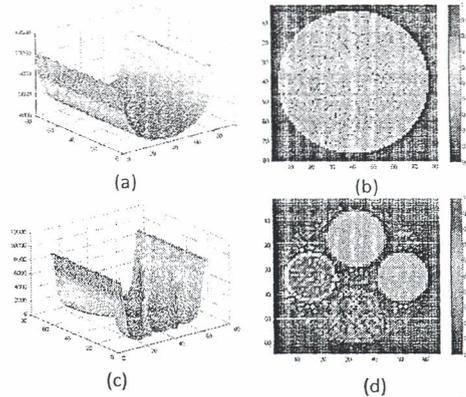


Figura 11. *Phantoms* utilizados para calibração e validação: projeções (a) e imagem reconstruída (b) do *phantom* homogêneo, projeções (c) e imagem reconstruída (d) do *phantom* heterogêneo.

7. MODELAGEM

Para medir a qualidade da filtragem, foi utilizado o ISNR com base nas variâncias dos valores em janelas (ROIs) nas imagens reconstruídas. Um ISNR negativo indica a perda de detalhe ou deformação (presença de artefatos) na imagem final.

Para o *phantom* heterogêneo, utilizaram-se cinco janelas (ROIs), onde a presença de um valor negativo ou queda dos valores do ISNR indicam uma filtragem de pior qualidade.

Na Figura 12 são apresentadas as regiões de interesse usadas para quantificar os resultados obtidos com os filtros.

A Tabela 1 apresenta resultados de testes realizados para verificar a relação entre ISNR e a qualidade do sinal e da imagem reconstruída.

Tabela 1 – Resultados obtidos com o filtro de Kalman discreto para *phantoms* para calibração.

Variância do ruído do processo para $Q=10.000$	Phantom Homogêneo	Phantom Heterogêneo				
	ISNR (em dB)	ISNR (em dB)				
R=0	0,03	0	0	0	0	0
R=5.000	5,15	1,36	1,17	1,35	1,01	1,04
R=10.000	6,09	1,98	1,73	2,00	1,37	1,52
R=50.000	6,57	3,54	3,05	3,50	2,24	2,48
R=100.000	6,74	4,15	3,43	4,05	2,98	2,49
R=500.000	7,12	5,66	3,88	5,49	6,08	1,15
R=700.000	7,18	5,79	4,00	5,86	6,78	0,91
R=1.000.000	7,23	5,70	4,24	6,28	7,30	0,83

Um estudo com a variância do ruído do sistema foi realizado para obter o melhor valor de ISNR para as projeções filtradas. O melhor valor de ISNR para o *phantom* homogêneo foi de 7,23 dB para uma variância do ruído do sistema no valor de 1.000.000. A partir de 10.000, o mesmo valor da variância do ruído do processo, a melhoria foi

aumentando em uma taxa menor. Para o *phantom* heterogêneo, a análise utilizou cinco janelas para os diferentes materiais do corpo. O melhor resultado foi obtido comparando os valores de ISNR para todos, sem haver regressão nos resultados. Com essa análise, verificou-se que os melhores resultados foram de 4,15 dB, 3,43 dB, 4,05 dB, 2,98 dB e 2,49 dB, com o valor da variância do ruído do processo 10 vezes maior do que o valor da variância ruído do sistema ($Q=100.000$).

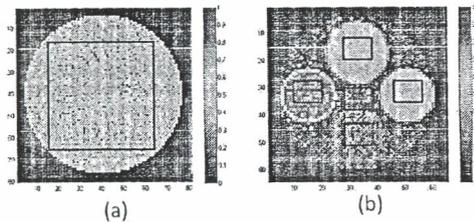


Figura 12. Regiões de interesse para avaliar os resultados obtidos: Em (a) uma ROI de 42x28 pixels e em (b) cinco ROIs de 14x11 pixels.

Os resultados obtidos com a aplicação do filtro para os *phantoms* podem ser vistos na Figura 13.

Com base nas imagens reconstruídas, podem-se observar distorções, devido ao erro de filtragem. O algoritmo de suavização RTS adequada à variância do sinal para que esse erro seja minimizado, retornando, através de menores variâncias, melhores médias. Mesmo assim, é possível perceber uma definição melhor dos diferentes materiais na imagem do *phantom* heterogêneo e uma variação menor no *phantom* homogêneo.

Utilizou-se neste trabalho uma rede neural do tipo perceptron multicamadas com duas camadas, sendo a camada de entrada com apenas 2 neurônios na camada oculta com a função de transferência ou ativação sigmoideal e um neurônio na camada de saída com a função de transferência linear.

Como o filtro de redes neurais atua de maneira diferencial em relação ao filtro estendido, os valores para as variâncias do ruído do sistema foram modificados para acompanhar melhor os resultados. São valores menores do que os dois filtros, pois a filtragem depende principalmente da variância dos valores dos pesos da rede neural.

A Tabela 2 apresenta resultados de testes realizados para verificar a relação entre ISNR e a qualidade do sinal e da imagem reconstruída.

Como o filtro de redes neurais atua de maneira diferencial em relação ao filtro estendido, os valores para as variâncias do ruído do sistema foram modificados para acompanhar melhor os resultados. São valores menores do que os dois filtros, pois a filtragem depende principalmente da variância dos valores dos pesos da rede neural.

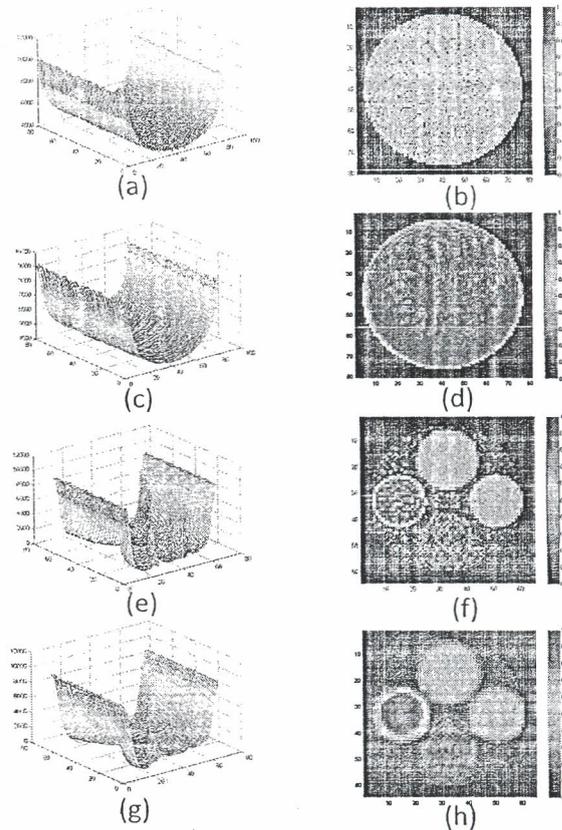


Figura 13. Projeções filtradas pelo filtro de Kalman discreto com variância igual ao valor do feixe livre (10000) para o ruído do processo e os melhores ISNR: (a) *phantom* homogêneo e (b) sua respectiva reconstrução; (c) *phantom* heterogêneo com sua respectiva reconstrução (d).

Tabela 2 – Resultados obtidos com o filtro de Kalman estendido com redes neurais para *phantoms* para calibração.

Variância do ruído do processo para $Q=1$	Phantom Homogêneo	Phantom Heterogêneo				
	ISNR Máximo (em dB)	ISNR Máximo (em dB)				
R=0,1	0,84	0,31	0,23	0,30	0,15	0,24
R=0,5	2,64	1,19	0,98	1,20	0,50	0,69
R=0,8	3,42	1,55	1,20	1,52	0,91	1,48
R=1	3,87	2,01	2,10	1,80	1,18	0,99
R=2	4,70	3,20	2,50	2,89	1,55	1,90
R=3	5,38	3,55	2,54	3,77	1,76	2,63
R=4	5,23	3,97	3,51	4,23	2,13	2,19
R=5	5,02	4,14	3,13	4,92	3,01	3,98

Como se pode perceber nos resultados obtidos, o filtro de Kalman estendido com redes neurais gerou resultados com os valores de ISNR menores do que os do filtro de Kalman estendido com transformada de Anscombe.

Os valores do filtro permaneceram crescentes até o valor de R igual a 4 para o *phantom* homogêneo e R igual a 3 para o *phantom* heterogêneo.

Os resultados para os dois filtros se mantiveram na faixa da variância do ruído do sistema no valor de Q igual a 3. Apesar de ter valores de ISNR menores do que os obtidos com o filtro de Kalman estendido com transformada de Anscombe houve uma filtragem sem a perda de detalhamento na imagem. Pode-se comparar o resultado final do *phantom* heterogêneo do filtro em questão com os outros filtros obtidos anteriormente.

Os resultados obtidos com a aplicação do filtro para os *phantoms* podem ser vistos na Figura 14.

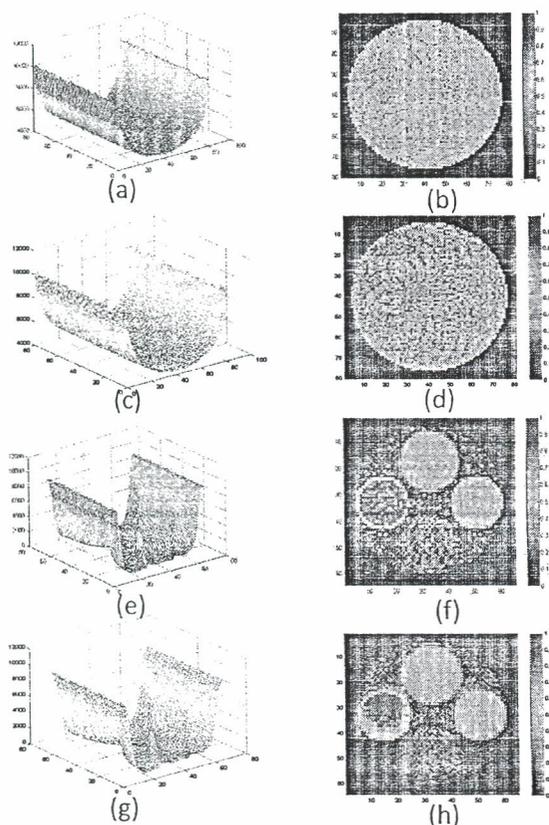


Figura 14. Melhores resultados obtidos com o filtro de Kalman estendido com redes neurais: (a) (b) *phantom* homogêneo e (c) (d) *phantom* heterogêneo.

Aplicando os filtros de Kalman discreto e estimação conjunta em uma projeção real constituída de grão de areia, é possível perceber as distorções causadas pelo erro de estimação dos estados, dadas a presença do ruído *Poisson* e a complexidade dos sinais tomográficos Figura 15.

Pode-se perceber que os limites das bordas dos grãos de areia e seus detalhes na imagem reconstruída são perdidas em decorrência a estimação pobre realizada pelo filtro de Kalman discreto que apenas guarda o resultado anterior, não estabelecendo um conhecimento a priori mais profundo, como o filtro de Kalman com estimação conjunta, em que estados podem ser usados para guardar uma dinâmica melhor do comportamento do sinal na relação de pesos.

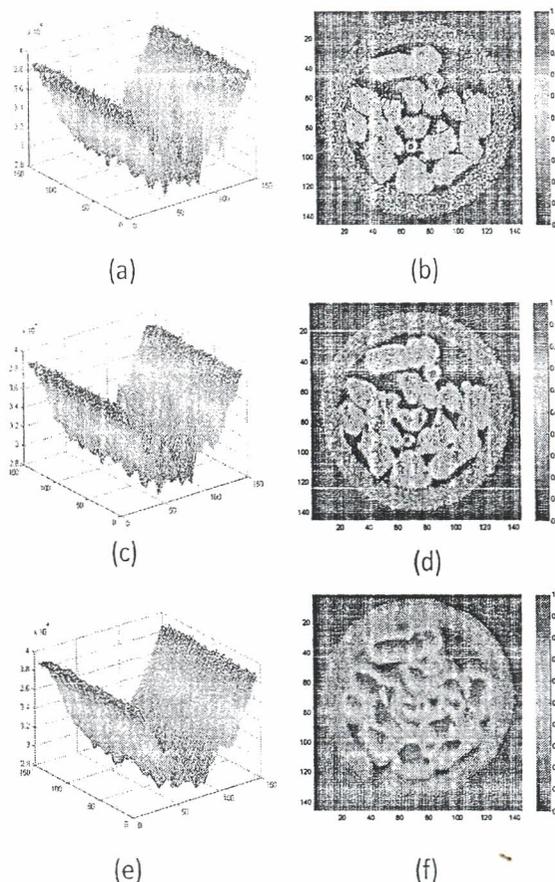


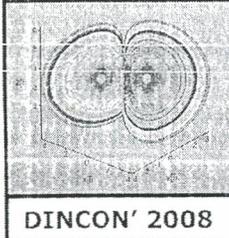
Figura 15. Resultados obtidos com as duas modalidades de filtro de Kalman com projeções reais (grãos de areia): em (a), conjunto de projeções reais e (b) sua respectiva imagem reconstruída. Em (c) filtragem utilizando Kalman com redes neurais (estimação conjunta) e sua imagem reconstruída e em (e) e (d) o resultado com o filtro de Kalman discreto.

CONCLUSÕES

Quanto ao filtro de Kalman discreto, o mesmo foi considerado um estimador ótimo para problemas lineares e suas extensões podem ser utilizadas em tratamentos não lineares. Os resultados apresentaram uma deformação do sinal e um baixo desempenho na filtragem em alguns casos devido ao fato da equação do processo ser direcionada por uma função não linear onde é tratado o ruído *Poisson*, que possui um comportamento dependente do sinal, algo que não acontece com o ruído branco.

Quanto ao filtro de Kalman estendido, o mesmo permite um mapeamento melhor das médias dos valores do sistema através do uso de função não lineares. A utilização das matrizes para a propagação das variâncias ainda se faz necessária, mas a linearização das funções permite ainda uma solução para sistemas não lineares.

A aplicação de redes neurais com o filtro de Kalman estendido permitiu ao filtro alcançar funções não lineares superiores. Como o filtro de Kalman pode ser utilizado para treinar redes neurais, o uso das extensões com estimação conjunta ou dual permitiu que o filtro seja completo e independente no mapeamento de qualquer função não linear.



REFERÊNCIAS

- [1] S. Crestana, "Técnicas recentes de determinação de características do solo." In: Reunião Brasileira de Manejo e Conservação do Solo e da Água, 10, 1994, Resumos... Florianópolis: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, p86-97, 1994.
- [2] A. M. Petrovic, J.E. Siebert, P.E. Rieke, "Soil bulk analysis in three-dimensions by computed tomographic scanning", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, n.46, p.445-450, 1982.
- [3] J. M. Hainsworth, L. A. G. Aylmore, "The use of the computed-assisted tomography to determine spatial distribution of soil water content", *Aust. Journal Soil Res.* N. 21, p.1435-1443, 1983.
- [4] S. Crestana, "A Tomografia Computadorizada com um novo método para estudos da física da água no solo", São Carlos, USP, Tese de Doutorado, 140 páginas, 1985.
- [5] P. E. Cruvinel, "Minitomógrafo de raios X e raios-gama computadorizado para aplicações multidisciplinares". Campinas, UNICAMP. Tese de Doutorado, 329p, 1987.
- [6] P. E. Cruvinel et al, "X and γ -ray computerized minitomograph scanner for soil science", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, V.39, N.5, p.745-750, October, 1990.
- [7] M. A. M. Laia, "Filtragem de projeções tomográficas do solo utilizando Kalman e Redes Neurais", São Carlos, UFSCAR, Tese de mestrado, 2007.
- [8] Y. R. Venturini, "Análise quantitativa da qualidade de imagens digitais com o uso de espectro de Wiener". São Carlos, UFSCar, Tese de Mestrado, 89 páginas, 1995.
- [9] E. R. Minatel, "Desenvolvimento de Algoritmo para Reconstrução e Visualização Tridimensional de Imagens Tomográficas com uso de Técnicas Freqüenciais e Wavelets", São Carlos, UFSCar, Tese de Mestrado, 148 páginas, 1997.
- [10] L. F. Granato, "Algoritmo adaptativo para a melhoria em imagens tomográficas obtidas em múltiplas energias", São Carlos, UFSCar, Tese de mestrado, 135 páginas, 1998.
- [11] N. D. A. Mascarenhas, C. A. N. Santos, P. E. Cruvinel, "Transmission Tomography under poisson noise using the Anscombe Transformation and Wiener Filtering of the projections". *Nuclear Instruments And Methods In Physics Research Section A*, Estados Unidos, v. 423, p. 265-271, 1999.
- [12] E. O. Brigham, "The Fast Fourier Transform and Its Applications", Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- [13] E. Deremack, D.G. Crowe, "Optical Radiation Detectors", - John Wiley & Sons, Inc, 300p, 1984.
- [14] W. R. Hender, "The physical principals of computed tomography", EUA, 1983.
- [15] A. D. Ziel, "Noise in measurements"- John Wiley & sons, inc.; 288p, 1976.
- [16] A. J. Duerinckx, A. Macocski, "Polychromatic Streak Artifacts in Computed Tomography Images", *J. Comput. Assist. Tomogr.*, 2.481, 1978.
- [17] P. M. Joseph, R.D. Spital, "A method for correction bone-induced artifacts of CT scanners", 1978.
- [18] G. S. Ibbott, "Radiation therapy treatment planning and the distortion of CT images", *Med. Phys.*, 7:261, 1980.
- [19] L. F. Granato, "Algoritmo adaptativo para a melhoria em imagens tomográficas obtidas em múltiplas energias", São Carlos, UFSCar, Tese de mestrado, 135 páginas, 1998.
- [20] M. A. M. Laia, P. E. Cruvinel, "Filtragem de projeções tomográficas utilizando Kalman Discreto e Rede Neurais", *IEEE América Latina*, vol. 6, ed. 1, março, 2008.
- [21] M. A. M. Laia, P. E. Cruvinel, A. L. M. Levada, "Filtragem de projeções tomográficas da ciência do solo utilizando transformada de Anscombe e Kalman", DINCON'07, São José do Rio Preto, 2007.
- [22] G. Welch, G. Bishop, "An introduction to the Kalman Filter". Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill. 2004
- [23] P. Trealeaven, M. Pacheco, M. Vellasco, "VLSI Architectures for Neural Networks", *IEEE MICRO*, pp. 08-27, December, 1988.
- [24] E. B. Pizzolato, "Implementação de Redes Neurais no CPER", São Carlos, UFSCar, Dissertação de mestrado, 95 páginas, 1992.
- [25] W. S. McCulloch, W. Pitts, "How we know universals: the perception of auditory and visual forms", *Bulletin of mathematical Biophysics*, vol.9, pp.127-147, 1947.