

# DATA ENVELOPMENT ANALYSIS APLICADA À PRODUÇÃO DE LEITE

Oscar Tupy<sup>1</sup>Luiz Carlos Takao Yamaguchi<sup>2</sup>

## RESUMO

O presente estudo procura mostrar a importância da identificação de benchmarks na produção de leite utilizando como instrumental de análise a técnica de programação matemática Data Envelopment Analysis (DEA). Os dados utilizados provêm de uma amostra intencional composta de 54 sistemas de produção de leite, fornecedores das cooperativas singulares da CCPR-MG (Cooperativa Central dos Produtores Rurais de Minas Gerais Ltda.). A eficiência técnica média estimada de 83,7% indica que é possível reduzir os gastos com os fatores de produção em até 16,3%, sem que haja comprometimento no nível observado da renda bruta média da atividade. A eficiência à escala média, da ordem de 85,7%, indica que é possível elevar a renda bruta média dos sistemas em até 13,3%, ajustando-se a escala de produção.

**PALAVRAS-CHAVE:** benchmarks, produção de leite, programação matemática, eficiência técnica, eficiência à escala.

## 1. INTRODUÇÃO

Para que os gerentes de produção possam formalizar um programa de melhoria nos níveis de operações de uma empresa, necessitam saber se ele é passível de execução. A urgência, direção e prioridade das melhorias são determinadas, parcialmente, pelo julgamento do desempenho atual de uma dada operação, segundo algum critério de classificação, que pode ser por exemplo, em bom, ruim ou indiferente. Portanto, todas as operações produtivas precisam, de alguma forma, de uma *medida de desempenho* como pré-condição para sua melhoria. A abordagem do *benchmarking* que algumas empresas adotam para comparar suas operações com as de outras empresas é de fundamental importância nesse processo.

Na atividade leiteira, os produtores intuitivamente procuram por *benchmarks* ao visitarem sistemas de produção de leite (SPLs), instalados em campos experimentais do governo ou em fazendas particulares. Contudo, não se pode assegurar que os SPLs visitados são *benchmarks*. A grande questão é: como identificar sistemas que são *benchmarks* na produção de leite?

A programação linear aliada à moderna economia da produção pode ser um instrumental capaz de identificar sistemas de produção para *benchmarking*, uma vez que, a partir de uma amostra de insumo-produto de vários sistemas, permite a construção de uma fronteira de produção a partir de um ou da combinação de produtores eficientes na amostra, em relação a qual os demais SPLs poderão ser avaliados.

A estimação de fronteiras em Microeconomia pressupõe um comportamento otimizador para a firma, ou seja, a transformação eficiente dos insumos (rações, mão-de-obra, medicamentos etc., em produto (leite, valor da produção ou receita bruta da atividade leiteira).

O *benchmarking* pode ser um instrumento valioso para os produtores, facilitando também o trabalho da pesquisa e da extensão rural, desde que sistemas de produção eficientes ou de fronteira (*benchmarks*) são demandantes de tecnologia e sistemas ineficientes demandantes de assistência técnica e extensão rural.

<sup>1</sup>Pesquisador da Embrapa Pecuária Sudeste, Rod. Washington Luiz, Km 234, São Carlos-SP, CEP 13560-970 – email: tupy@cppse.embrapa.br

<sup>2</sup> Pesquisador da Embrapa Gado de Leite, Rua Eugênio do Nascimento, 610 – Bairro Dom Bosco, Juiz de Fora MG, CEP 36038-360; email: takao@cnpagl.embrapa.br

O método de programação linear mais utilizado para construir fronteiras é conhecido como *Data Envelopment Analysis* (DEA), sendo que um tratamento bem detalhado do método poderá ser encontrado em SEIFORD and THRALL (1990), LOVELL (1993), ALI and SEIFORD (1993), LOVELL (1994), CHARNES et al. (1995), SEIFORD (1996), SOUZA et al. (1996), ALVES e GOMES (1998) e GOMES (1999).

ALVES e GOMES (1998) e GOMES (1999) estimaram, respectivamente, a eficiência econômica e técnica de sistemas de produção de leite no Estado de Minas Gerais – Brasil.

## 2. OBJETIVO

O presente estudo tem como objetivo a identificação de *benchmarks* na produção de leite e discutir a importância da utilização do instrumental de análise de técnica de programação matemática *Data Envelopment Analysis* (DEA).

## 3. METODOLOGIA

### 3.1 Fonte de Dados

Os dados utilizados neste estudo provêm de cortes transversais, levantados por meio de entrevistas realizadas junto a uma amostra de 54 sistemas de produção de leite (SPLs), selecionada entre os fornecedores das cooperativas filiadas da Cooperativa Central de Produtores Rurais de Minas Gerais Ltda. – CCPR-MG (Itambé), que participaram do programa de financiamento para implantação da tecnologia de pastejo rotativo em capim-elefante. A área de estudo foi a Região Centro-Oeste do Estado de Minas Gerais, nos Municípios de Sete Lagoas, Pompéu, Bom Despacho, Abaeté e Pará de Minas. O período considerado para estudo foi de doze meses, com final em abril e junho de 1999. As variáveis de decisão utilizadas para construção da fronteira de eficiência são *proxies* das variáveis, quantidade de produto, quantidade de capital e quantidade de mão-de-obra, típicas da função de produção clássica.

Como *proxy* da quantidade de leite vendida por SPL durante o ano e outras receitas (descarte de animais e venda de esterco), utilizou-se a renda bruta (RB) do SPL. Como *proxy* da quantidade de mão-de-obra utilizada no processo de produção, adotou-se o valor (R\$) gasto com salários e encargos (GSE) e para as quantidades consumidas de alimentos no SPL, o valor (R\$) gasto com concentrados, silagens e manutenção de pastagens (GCSMP). O valor (R\$) gasto com vacinas, medicamentos, material de limpeza e de inseminação artificial (GVMINA) representou as suas respectivas quantidades e as remunerações do capital aplicado em pastagens (RCAPP), rebanho (RCAPR), instalações, máquinas e equipamentos (RCAPBME) representaram a quantidade de capital fixo empregada no processo produtivo de cada sistema. Para remuneração do capital empregado no processo produtivo considerou-se uma taxa de 6% ao ano sobre o valor do capital.

### 3.2 Modelo Teórico

A melhor maneira de introduzir DEA, conforme descrito por COELLI (1996) é na forma de proporção. Desse modo, para cada firma obtém-se a proporção de todos os produtos em relação a todos os insumos, tal como  $u'y_i / v'x_i$ , em que  $u$  é um vetor  $M \times 1$  de pesos de produtos ( $y_i$ ) e  $v$  é um vetor  $K \times 1$  de pesos dos insumos ( $x_i$ ). Para estimar os pesos ótimos especifica-se o problema de programação linear como:

$$\begin{aligned} & \text{Max } (u'y_i / v'x_i), & (1) \\ & \text{sujeito a} \\ & u'y_j / v'x_j \leq 1, \quad j=1,2,\dots,N, \\ & u, v \geq 0 \quad v'x_i > 0 \end{aligned}$$

Isto envolve obter valores para  $u$  e  $v$ , tais que a medida de eficiência da  $i$ -ésima firma seja maximizada, sujeita à restrição de que todas as medidas de eficiência sejam menores ou iguais a 1. Um problema com este tipo particular de proporção é que ele tem um número infinito de soluções. Para evitar isto, pode-se impor a restrição  $v'x_i=1$ , que provê:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{u,v} (\mu'y), & (2) \\ & \text{sujeito a} \\ & v'x_i = 1, \\ & \mu'y_j - v'x_j \leq 0, \quad j=1,2,\dots,N, \\ & u, v \geq 0 \end{aligned}$$

em que a mudança de notação de  $u$  e  $v$  para  $\mu$  e  $v$  reflete a transformação. Esta forma é conhecida como a forma do *multiplicador* do problema de programação linear.

Usando a dualidade em programação linear, pode-se derivar uma forma de envelope equivalente deste problema:

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{\theta,\lambda} \theta & (3) \\ & \text{sujeito a} \\ & -y_i + Y\lambda \geq 0, \\ & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

em que  $\theta$  é um escalar, cujo valor será a medida de eficiência da  $i$ -ésima firma e o parâmetro  $\lambda$  é um vetor  $N \times 1$ , cujos valores são calculados de forma a obter a solução ótima. Para uma firma eficiente, todos os valores de  $\lambda$  serão zero; para uma firma ineficiente, os valores de  $\lambda$  serão os pesos utilizados na combinação linear de outras firmas eficientes, que influenciam a projeção da firma ineficiente sobre a fronteira calculada. Isto significa que, para uma unidade ineficiente, existe pelo menos uma unidade eficiente, cujos pesos calculados fornecerão a firma virtual da firma ineficiente, mediante combinação linear. As unidades eficientes que, quando combinadas, fornecem a firma virtual para a firma ineficiente são conhecidas como pares ou *benchmarks* daquela firma (GOMES, 1999).

Esta forma de envelope envolve menos restrições do que a forma do multiplicador ( $K+M < N+1$ ), sendo, portanto, a forma preferida de solução. O valor de  $\theta$  obtido será o escore de eficiência para a  $i$ -ésima firma e a condição de que  $\theta \leq 1$  será satisfeita, com o valor 1 indicando um ponto na fronteira e portanto uma firma eficiente. Note que o problema de programação linear deve ser resolvido  $n$ -vezes, uma para cada firma na amostra.

A medida de eficiência obtida da equação (3) é orientada para os insumos, pressupondo retornos constantes à escala (RC) para a tecnologia.

Além da pressuposição de RC, pode-se considerar retornos variáveis à escala (RV) para a tecnologia. A pressuposição de RC somente é apropriada quando todas as firmas estão operando em uma escala ótima. Deste modo, o problema de programação linear, com retornos constantes à escala conforme representado na equação (3), pode ser facilmente modificado para atender à pressuposição de RV pela adição de uma restrição de convexidade:  $N1'\lambda = 1$ , conforme demonstrado na equação (4):

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\theta, \lambda} \theta && (4) \\
 & \text{sujeito a} \\
 & - y_i + Y\lambda \geq 0, \\
 & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\
 & N1' \lambda = 1 \\
 & \lambda \geq 0,
 \end{aligned}$$

em que  $N1$  é um vetor  $N \times 1$  de "uns" (de unidades). Esta restrição forma um casco convexo que "envelopa" os pontos de forma mais ajustada do que o casco cônico de RC e portanto provê escores de eficiência técnica que são maiores ou iguais àqueles obtidos usando o modelo com RC. A restrição de convexidade ( $N1' \lambda = 1$ ) assegura, essencialmente, que a firma ineficiente é somente *benchmarked* com uma firma de igual tamanho. O ponto projetado para a firma sobre a fronteira DEA será uma combinação convexa de firmas observadas. Portanto, no caso DEA com RC, a firma pode ser *benchmarked* contra firmas que são substancialmente maiores (menores) do que ela (COELLI, 1996). Neste caso os pesos  $\lambda$  poderão somar um valor maior do que 1.

Dada a pressuposição de RV para a tecnologia, os escores de eficiência técnica obtidos sob a pressuposição de RC podem ser decompostos em dois componentes, um pela ineficiência à escala e outro pela ineficiência técnica pura, como apresentado nas equações (5) e (6) a seguir:

$$\begin{aligned}
 ET_{RC} &= ET_{RV} \times E_{ESC} && (5) \\
 E_{ESC} &= ET_{RCE} / ET_{RV} && (6)
 \end{aligned}$$

em que

$ET_{RCE}$  é a eficiência técnica obtida sob a pressuposição de RC;  
 $ET_{RV}$  é a eficiência técnica obtida sob a pressuposição de RV;  
 $E_{ESC}$  é a eficiência de escala.

Contudo, a medida de eficiência de escala obtida da equação (6) não indica se a firma está operando em uma área de retornos crescentes ou decrescentes à escala. Este problema pode ser contornado resolvendo um problema DEA adicional com retornos não-decrescentes à escala imposta. Para tanto altera-se a equação (4) substituindo a restrição  $N1' \lambda = 1$  com  $N1' \lambda \leq 1$ , obtendo:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\theta, \lambda} \theta && (7) \\
 & \text{sujeito a} \\
 & - y_i + Y\lambda \geq 0, \\
 & \theta x_i - X\lambda \geq 0, \\
 & N1' \lambda \leq 1 \\
 & \lambda \geq 0,
 \end{aligned}$$

Os retornos crescentes e decrescentes à escala são calculados considerando a diferença entre os escores de eficiência técnica obtidos pela solução do problema DEA da equação (4) e aqueles obtidos pela solução do problema DEA da equação (7). Escores iguais indicam firmas operando com retornos decrescentes à escala e ao contrário com retornos crescentes. Para mais detalhes consultar COELLI (1996).

A restrição  $N1' \lambda \leq 1$  assegura que a  $i$ -ésima firma não seja *benchmarked* contra firmas substancialmente maiores do que ela, mas pode ser comparada com firmas menores.

### 3.3 Procedimentos para calcular os escores de eficiência dos SPLs

As soluções dos problemas de programação linear das equações 3, 4 e 7 forneceram os escores de eficiência neste trabalho. Nas referidas equações,  $X$  é a matriz de insumos (GSE, GCSMP, GVMINA, RCAPP, RCAPR, RCABME) de dimensões ( $K \times N$ ), e  $Y$  o vetor de produtos (RB) de dimensões ( $M \times N$ ) representando os dados de todos os SPLs da amostra. Têm-se ainda  $x_i$ , o vetor coluna de insumos, e  $y_i$ , o vetor coluna de produtos representando o  $i$ -ésimo produtor. As letras gregas  $\theta$  e  $\lambda$  foram definidas acima.

O programa utilizado para implementar as soluções dos problemas de programação linear foi o DEAP - *A Data Envelopment Analysis Program* - desenvolvido por COELLI (1996).

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os escores de eficiência técnica e de escala dos 54 sistemas de produção de leite e os respectivos *benchmarks* constam da Tabela 1. Os escores de eficiência foram obtidos pressupondo RC e RV. Os SPLs exibindo retornos crescentes (CR) e decrescentes (DE) estão identificados também na Tabela 1. Atentar para o fato de que os *benchmarks* são fornecidos em relação aos escores de eficiência obtidos pressupondo retornos variáveis à escala.

A eficiência técnica média, pressupondo retornos constantes à escala para os 54 produtores foi de 0,713 ou de 71,3%, indicando que os produtores podem, em média, reduzir até 0,297 ou 29,7 % dos seus gastos com insumos sem comprometer a renda obtida com a venda de leite no SPL.

A eficiência técnica média pressupondo retornos variáveis à escala foi de 0,837 ou 83,7%, indicando que os produtores podem, em média, reduzir até 0,163 ou 16,3 % dos seus gastos com insumos sem comprometer a renda obtida com a venda de leite.

A eficiência média à escala foi de 0,857 ou de 85,7% com 37 SPLs, aproximadamente 68,52% da amostra, na faixa de retornos crescentes. Isto significa que estes SPLs podem aumentar a sua renda bruta, aumentando a sua escala de produção. Dos demais SPLs, 5 estão operando na faixa de retornos decrescentes, o que representa cerca de 9,3% da amostra. Esses sistemas podem aumentar a renda bruta, reduzindo a sua escala de produção. Os outros 12 sistemas, representando 22,22% da amostra, operaram com retornos constantes à escala. GOMES (1999), utilizando DEA para estimar a eficiência técnica e à escala de outros sistemas de produção de leite no Estado de Minas Gerais, obteve, para 241 produtores, eficiência técnica e à escala da ordem de 91 e 94%, respectivamente, portanto, superiores às obtidas neste trabalho. Em ambos os trabalhos pode-se considerar que as eficiências técnica e à escala estimadas estão acima das expectativas para os sistemas de produção de leite no Brasil.

Sob a pressuposição de retornos constantes à escala, verifica-se que 12 SPLs ou 22,2% da amostra obtiveram a eficiência técnica máxima, e sob a pressuposição de retornos variáveis, 25 SPLs ou 46,3% da amostra obtiveram a eficiência técnica máxima.

Na Tabela 1 pode-se observar ainda, para cada SPL, os sistemas referência ou *benchmarks* contra os quais cada SPL foi avaliado, ou seja, os sistemas que definiram a parte relevante da fronteira para cada SPL na amostra. Por exemplo, o SPL 1 teve como *benchmarks* os sistemas 29, 39 e 50.

A partir das análises pode-se construir relatórios individuais para os sistemas, o que é de fundamental importância para a administração da produção. A título de exemplo, é apresentado na Tabela 2 o relatório emitido para o SPL 1.

O SPL 1 obteve uma eficiência técnica média de 67,8%, estimada em relação aos seus *benchmarks* conforme consta da Tabela 2. Esta estimativa mostra que o SPL 1 gastou com mão-de-obra, alimentação, inseminação artificial, sanidade e remuneração do capital investido em pastagens, rebanho, máquinas e equipamentos, 33,2% a mais, do que deveria gastar para se obter uma renda bruta de R\$ 139.953,60. Isto pode ser verificado estimando-se a razão entre a soma dos gastos projetados (obtido pela diferença entre os gastos observados e a soma dos valores do movimento radial e da folga)<sup>3</sup> e os gastos observados com mão-de-obra, alimentação do rebanho, vacinas, medicamentos, material de limpeza, inseminação artificial e remuneração do capital (Tabela 2).

Para cada R\$ 1,00 faturado, o SPL 1 gastou R\$ 0,71 (gastos observados com insumos e remuneração do capital / renda bruta), ao contrário do seu principal *benchmark*, o SPL 50 ( $\lambda = 0,671$ )<sup>4</sup>, que para cada R\$ 1,00 faturado gastou R\$ 0,55 (Tabela 3).

## 5. CONCLUSÕES

O trabalho procurou enfatizar a importância da identificação empírica de *benchmarks* na produção de leite. O *benchmark* serve a propósitos de pesquisa e de extensão, facilitando a identificação de demandas tecnológicas e o processo de aprendizado em gestão dos sistemas de produção de leite. O método utilizado na identificação de *benchmarks* fornece relatórios individuais de eficiência técnica e de escala para cada sistema da amostra, favorecendo o seu gerenciamento no que se refere à utilização racional dos fatores de produção empregados na produção de leite. A adoção do método empregado neste trabalho por cooperativas e por empresas privadas de laticínios com serviços de fomento, favorecerá o gerenciamento em bases mais racionais dos grupos de produtores, contribuindo para uma economia substancial de recursos escassos.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALI, A.I.; SEIFORD, L.M. "The mathematical programming approach to efficiency analysis". In: Fried, H.O.; C.A. K. Lovell C.A.K.; Schimdt, S.S. ed. **The measurement of productive efficiency: techniques and applications**. New York, Oxford University Press, 1993. P.120-159.

ALVES, E., GOMES, A. P. Medidas de eficiência na produção de leite. **Revista Brasileira de Economia**, v. 52, n. 1, p. 145-167, 1998.

CHARNES, A.; COOPER, W.W.; LEWIN A.Y.; SEIFORD L.M. **Data envelopment analysis: theory, methodology and applications**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995.

<sup>3</sup>Ver COELLI et al. (1998) e GOMES (1999) para explicação da folga na forma linear da fronteira não-paramétrica, obtida pela DEA. Quanto ao valor do movimento radial, este representa a ineficiência da firma em relação à fronteira. A medida de ineficiência da firma é uma medida radial. Para mais detalhes, consultar Coelli (1996).

<sup>4</sup> O principal benchmark ou o produtor eficiente que mais influencia, na medida de eficiência do produtor ineficiente, é aquele que tem o maior peso ( $\lambda$ ), a projeção do ponto ineficiente para outro eficiente encontrado no conjunto de soluções dos problemas de programação linear.

COELLI, T.J. **A guide to DEAP version 2.1: a data envelopment analysis program.** Armidale, Austrália: University of New England, 1996. 49 p. (CEPA Working Papers, 08/96).

COELLI, T.J. **Multi-stage methodology for the solution of orientated dea models.** Armidale, Austrália: University of New England, 1998. 15 p. ( CEPA Working Papers, 01/98).

GOMES, A. P. **Impactos das transformações da produção de leite no número de produtores e requerimentos de mão-de-obra e capital.** Viçosa, MG:UFV, 1999. 157p. Tese (Doutorado em Economia Rural ) – Universidade Federal de Viçosa, 1999.

LOVELL, C.A.K. "Production frontiers and productive efficiency". In FRIED. H.O., LOVELL, C.A.K.; SCHMIDT,S.S. ed. **The measurement of productive efficiency: techniques and applications**, New York: Oxford University Press, 1993. p. 3-67.

LOVELL, C.A.K. **Linear programming approaches to the measurement and analysis of productive efficiency**, 1994. p. 175-248.

SEIFORD, L.M. Data envelopment analysis: the evolution of the state of the art (1978-1995). **Journal of Productivity Analysis**, v. 7, n. 2, p. 99-138,1996.

SOUZA, G.S., ALVES, E., ÁVILA, A.F.D., CRUZ, E.R. Produtividade e eficiência relativa de produção em sistemas de produção de pesquisa agropecuária. **Revista Brasileira de Economia**, v. 51, n. 3, p. 281-307,1997.

Tabela 1 – Sumário de Eficiência

SPLs	RC	RV	Escala	CR e DE	Benchmarks	SPLs	RC	RV	Escala	CR e DE	Benchmarks
01	0,661	0,678	0,976	DE	29,39,50	28	0,412	0,625	0,659	CR	36,32,7
02	0,428	0,471	0,909	CR	34,43,33	29	1,000	1,000	1,000	----	29
03	0,376	0,573	0,656	CR	26,43,39,12	30	0,587	0,598	0,982	DE	50,54,37,39,29
04	1,000	1,000	1,000	----	4	31	1,000	1,000	1,000	----	31
05	0,535	0,551	0,971	CR	33,39,34	32	0,516	1,000	0,516	CR	32
06	0,649	0,654	0,993	CR	54,38,34,33	33	1,000	1,000	1,000	----	33
07	0,451	1,000	0,451	CR	7	34	1,000	1,000	1,000	----	34
08	0,561	0,627	0,893	CR	43,34,26	35	0,388	1,000	0,3888	CR	35
09	0,598	0,635	0,941	DE	29,39,50	36	0,761	1,000	0,761	CR	36
10	0,748	0,793	0,943	CR	37,54,18,43,38	37	1,000	1,000	1,000	----	37
11	0,519	0,526	0,985	CR	50,37,18	38	1,000	1,000	1,000	----	38
12	0,569	1,000	0,569	CR	12	39	1,000	1,000	1,000	----	39
13	0,838	0,854	0,982	DE	50,29,25	40	0,840	1,000	0,840	CR	40
14	0,799	1,000	0,799	CR	14	41	0,293	0,578	0,507	CR	39,31,43,12
15	0,516	0,616	0,837	CR	39,27,37	42	0,783	0,860	0,910	CR	14,43,18,39,37
16	0,699	0,900	0,777	CR	34,7,18,31,43,14	43	0,909	1,000	0,909	CR	43
17	0,640	0,922	0,694	CR	43,27,37	44	0,408	0,425	0,959	CR	54,50,37,39,18
18	0,965	1,000	0,965	CR	18	45	0,550	1,000	0,550	CR	45
19	0,603	0,649	0,928	CR	37,50,18	46	0,802	0,836	0,959	CR	50,39,18
20	0,837	0,838	0,999	DE	33,54,29,37,39	47	0,505	0,859	0,587	CR	27,38,36,32,51
21	0,806	0,836	0,964	CR	18,39,50	48	0,704	0,710	0,991	CR	18,50
22	0,708	0,793	0,893	CR	18,37,32,38	49	0,861	0,877	0,982	CR	37,43,39,18
23	0,618	0,621	0,995	CR	54,50,39,37,18	50	1,000	1,000	1,000	----	50
24	0,415	0,426	0,973	CR	50,18	51	0,795	1,000	0,795	CR	51
25	1,000	1,000	1,000	----	25	52	1,000	1,000	1,000	----	52
26	0,852	1,000	0,852	CR	26	53	0,489	0,875	0,559	CR	7,31,43
27	0,487	1,000	0,487	CR	27	54	1,000	1,000	1,000	----	54

Fonte: Dados da Pesquisa

