EXPERIMENTOS EM BLOCOS INCOMPLETOS PARCIALMENTE BALANCEADOS (PBIB) COM TRATAMENTOS COMUNS ADICIONADOS EM CADA BLOCO[1]

ANTÔNIO CARLOS DE OLIVEIRA[2]

RESUMO - Consideram-se os métodos de análise intrablocos e com recuperação de informação interblocos para o caso de um ensaio em blocos incompletos parcialmente balanceados (PBIB), aumentado pela adição de tratamentos comuns a todos os blocos. Foram determinadas as expressões para as várias somas de quadrado na análise de variância, as médias de tratamentos ajustadas para blocos, e a variância da estimativa de um contraste entre as médias de tratamentos. Segue-se um exemplo numérico

Termos para indexação: análise intrablocos, blocos incompletos aumentados, recuperação de informação interblocos.

EXPERIMENTS IN PARTIALLY BALANCED INCOMPLETE BLOCK DESIGN WITH SOME COMMON TREATMENTS ADDED TO EACH BLOCK

ABSTRACT - Intrablock analysis and analysis with recovery of inter-block information are considered for the case in which experiments are designed in partially balanced incomplete block design (PBIB), but some common treatments are added to each block. Formulas for sums of squares in the analysis of variance, the adjusted treatment means and variances of treatment differences were obtained. An example is given for illustration.

Index terms: intra-block analysis, augment incomplete block designs, recovery of inter-block information.

INTRODUÇÃO

Em programas de melhoramento de plantas, o melhorista, em geral, se depara com um grande número de variedades (tratamentos) que deve ser comparado em ensaios de campo. Nessa situação uma alternativa é a utilização dos delineamentos em blocos incompletos. Nesses delineamentos, v tratamentos são distribuídos em **b** blocos de tamanho $k < v$, o s-ésimo tratamento é repetido r_s vezes e o s-ésimo e s*-ésimo tratamentos ocorrem juntos em λ_{ss*} blocos. É necessário, no entanto, que o delineamento seja construído de tal forma que as comparações desejadas sejam estimáveis e testadas com a máxima precisão possível. Em geral, em tal situação podem-se usar, principalmente, duas classes desses delineamentos: os chamados blocos incompletos balanceados (BIB), introduzidos por Yates (1936a, 1936b), e os blocos incompletos parcialmente balanceados (PBIB), propostos por Bose & Nair (1939).

Há, ainda, situações em que se recomenda adicionar, em todos os blocos do delineamento, determinado tipo específico de tratamentos. Isto ocorre, por exemplo, conforme salienta Ferreira (1980), quando se deseja comparar algumas variedades novas com outras, de comportamento já conhecido, e que atuam co-

[1] Aceito para publicação em 27 de janeiro de 1989.

[2] Eng.-Agr. Dr., EMBRAPA/Centro Nacional de Pesquisa de Milho e Sorgo (CNPMS), Caixa Postal 151, CEP 35700, Sete Lagoas, MG.

mo uma espécie de controle ou testemunha. Esses tipos de ensaios foram considerados por Kälin (1966) e Ferreira (1980), para o caso de ensaios em delineamentos BIB, por Pimentel-Gomes & Viegas (1978), para reticulados quadrados com um tratamento adicional, e por Oliveira (1985), para delineamentos PBIB. Kälin (1966) considerou as análises intrablocos, interblocos e as duas combinadas, enquanto os demais autores consideraram apenas a intrablocos.

Neste trabalho considera-se o caso geral onde c tratamentos, designados de tratamentos comuns, são incluídos em todos os blocos de um experimento em blocos incompletos parcialmente balanceados. O objetivo é apresentar, para esse tipo de ensaio, um método de análise intrablocos e interblocos combinadas, complementando assim, o trabalho de Oliveira (1985). Os resultados são particularizados para o caso de delineamentos BIB.

Definição de delineamentos parcialmente balanceados e as relações entre parâmetros

Um delineamento em blocos incompletos é chamado de parcialmente balanceado, por Nair (1952), se:

I) Há v tratamentos arranjados em b blocos e cada bloco contém k diferentes tratamentos. ($k < v$)

II) Cada tratamento ocorre em r blocos.

III) Fixando-se um tratamento qualquer, os restantes podem ser agrupados em m grupos contendo $n_1, n_2, \ldots, n_m$ tratamentos, de modo que os n_i tratamentos do i-ésimo grupo ocorram com esse tratamento λ_i vezes. Os tratamentos do i-ésimo grupo são chamados de i-ésimos associados do tratamento em questão. Os valores de $n_1, n_2, \ldots, n_m, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ são independentes do tratamento inicialmente considerado. Alguns dos λ's podem ser iguais.

IV) Se o tratamento A é i-ésimo associado de B, o tratamento B é também i-ésimo associado de A. Se A e B são i-ésimos associados, $p^i_{jj'}$ representa o número de tratamentos comuns aos j-ésimos associados de A e j'-ésimos associados de B, e é independente do par de tratamentos que se considera.

Verificam-se as seguintes relações entre os parâmetros:

$$\text{I)}\ rv = bk \tag{1}$$

$$\text{II)}\ n_1 + n_2 + \ldots + n_m = v - 1 \tag{2}$$

$$\text{III)}\ n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 + \ldots + n_m\lambda_m = r(k-1) \tag{3}$$

$$\text{IV)}\ \sum_{j'=1}^{m} p^i_{jj'} = \begin{cases} n_j & (\text{se } i \neq j) \\ n_j - 1 & (\text{se } i = j) \end{cases} \tag{4}$$

$$\text{V)}\ n_i p^i_{jj'} = n_j p^j_{ij'} = n_{j'} p^{j'}_{ij} \tag{5}$$

Caracterização dos delineamentos PBIB básico e PBIB aumentado com os tratamentos comuns

O delineamento básico, sem os tratamentos comuns, é caracterizado pelos seguintes parâmetros: v (número de tratamentos), k (número de unidades experimentais por bloco), b (número de blocos), r (número de repetições dos tratamentos), λ_i (número de blocos onde dois tratamentos i-ésimos associados ocorrem juntos), e ainda n_i ($i = 1, 2, \ldots m$) e $p^i_{jj'}$ ($i,j,j' = 1, 2, \ldots m$), definidos conforme Bose & Nair (1939). Os tratamentos do delineamento básico são designados aqui de "tratamentos regulares".

A inclusão de c tratamentos, designados de "tratamentos comuns", em cada bloco do delineamento básico, resulta em um delineamento aumentado com os parâmetros: $v' = v+c$ (número total de tratamentos), $k' = k + c$ (número total de unidades experimentais por bloco), $b' = b$ (número de blocos), r' (número de repetições dos tratamentos), $\lambda_{uu'}$ (número de blocos onde o u-ésimo e o u'-ésimo tratamentos ocorrem juntos: $u \neq u'$, $u,u' = 1,2, \ldots, v, v + 1, v + 2, \ldots v + c$), e ainda os parâmetros n_i ($i = 1, 2, \ldots, m$) e $p^i_{jj'}$, ($i, j, j' = 1, 2, \ldots m$). Pode-se verificar que: $r' = r$, para os tratamentos regulares, $r' = b$, para os tratamentos comuns; $\lambda_{uu'} = \lambda_i$ (i = 1, 2, ...m), para dois tratamentos regulares que são i-ésimos associados, $\lambda_{uu'} = b$, para dois tratamentos comuns e $\lambda_{uu'} = r$, para um tratamento regular e outro comum.

MÉTODOS

Análise intrablocos

Seja y_{uh} o valor observado resultante da aplicação do u-ésimo tratamento no h-ésimo bloco. Se u é uma constante, t_u o efeito do u-ésimo tratamento, b_h o efeito do h-ésimo bloco, e se esses efeitos são aditivos, então

$$y_{uh} = u + t_u + b_h + \epsilon_{uh}, \tag{6a}$$

onde ε_{uh} é um efeito aleatório, normalmente distribuído, com média zero e variância σ^2. Como é usual, os efeitos são considerados independentemente distribuídos.

O efeito t_u envolve t_s (s = 1, 2, ... v) e $t_{s'}$ (s' = 1, 2, ... c), que são os efeitos dos tratamentos regulares e comuns, respectivamente.

Em alguns delineamentos, é possível agrupar os blocos de modo que dentro de cada grupo cada tratamento regular é repetido n vezes. Os grupos formados são chamados de grupos de repetições. Se há g de tais grupos, então ng = r. Supondo-se que o u-ésimo tratamento é aplicado em uma parcela do h-ésimo bloco que ocorre no d-ésimo grupo de repetições, admite-se o modelo

$$y_{uh} = \mu + t_u + \rho_d + x_h + \varepsilon_{uh}, \tag{6b}$$

onde μ é uma constante, t_u é o efeito do u-ésimo tratamento, ρ_d é o efeito do d-ésimo grupo de repetições, x_h é o efeito diferencial do h-ésimo bloco dentro do seu grupo de repetições e ε_{uh} é o efeito aleatório distribuído normalmente N $(0, \sigma^2)$, e independentes.

Em outras situações é possível obter grupos de repetições ortogonais aos blocos. Assim, as primeiras e posições nos b blocos fornecem um grupo de n repetições de todos os tratamentos regulares, as próximas e posições idem, e assim por diante. Se há g grupos de repetições, então ng = r e eg = k. Supondo-se que o u-ésimo tratamento ocorre no h-ésimo bloco, e dentro deste bloco ele é aplicado no d-ésimo grupo de repetições, originando a observação y_{uh}, pode-se admitir que

$$y_{uh} = \mu + t_u + \rho_d + b_h + \varepsilon_{uh}, \tag{6c}$$

onde μ, t_u, b_h, ϵ_{uh} são definidos como em (6a) e ρ_d é o efeito do d-ésimo grupo de repetições.

Os modelos em (6a), (6b) e (6c) foram apresentados por Bose et al. (1954) e denominados de Modelo 1, Modelo 2 e Modelo 3, respectivamente.

Sejam T_s e $T_{s'}$ os totais das observações para o s-ésimo tratamento regular e s'-ésimo tratamento comum, respectivamente. Pode-se então definir

$$Q_s = T_s - \frac{1}{k'}A_s \tag{7}$$

$$Q_{s'} = T_{s'} - \frac{1}{k'}G \tag{8}$$

onde A_s representa o total dos blocos onde ocorre o s-ésimo tratamento regular e G é o total geral de y_{uh}.

As equações normais ajustadas, obtidas conforme Rao (1947), Kempthorne (1952) e Pimentel-Gomes (1967), podem ser representadas por

$$\underset{\sim}{C}\hat{\underset{\sim}{t}} = \underset{\sim}{Q} \tag{9}$$

onde $\hat{\underset{\sim}{t}}$ é um vetor v' x 1, formado pelos elementos $\hat{t}_s$ (s = 1, 2, ..., v) e $\hat{t}_{s'}$ (s' = 1, 2, ...c); Q também é um vetor v' x 1, de elementos Q_s (s = 1, 2, ... v) e $Q_{s'}$(s' = 1, 2, ... c), e C é uma matriz v' x v', formada pelos elementos

$c_{ss} = \dfrac{r(k'-1)}{k'}$, para os tratamentos regulares,

$c_{ss^*} = c_{s^*s} = -\dfrac{1}{k'}\lambda_i$ para quaisquer dois tratamentos regulares i-ésimos associados (i = 1, 2, ... m),

$c_{s's'} = \dfrac{b(k'-1)}{k'}$, para os tratamentos comuns,

$c_{s's'^*} = c_{s'^*s'} = -\dfrac{1}{k'}b$ para quaisquer dois tratamentos comuns

$c_{ss'} = c_{s's} = -\dfrac{1}{k'}r$ para um tratamento regular e outro comum.

Com base em (9), pode-se verificar que as equações para o s-ésimo tratamento regular e o s'-ésimo tratamento comum podem ser apresentadas nas seguintes formas:

$$r(k'-1)\hat{t}_s - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i S_i(\hat{t}_s) - r\sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} = k'Q_s \quad , \tag{10}$$

$$bk'\hat{t}_{s'} - r\sum_{s=1}^{v} \hat{t}_s - b\sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} = k'Q_{s'} \quad , \tag{11}$$

onde $S_i(\hat{t}_s)$ representa a soma dos efeitos dos tratamentos regulares que são i-ésimos associados do s-ésimo tratamento.

Como a matriz C é singular torna-se conveniente a imposição de uma restrição sobre os efeitos de tratamentos, a qual pode ser

$$r\sum_{s=1}^{v} \hat{t}_s + b\sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} = 0 \quad , \tag{12}$$

Dessa forma, com base em (11), obtém-se imediatamente a solução para os efeitos dos tratamentos comuns, que resulta em

$$\hat{t}_{s'} = \frac{Q_{s'}}{b} \quad \text{ou} \quad \hat{t}_{s'} = \frac{1}{b}T_{s'} - \frac{1}{bk'}G \tag{13}$$

Substituindo-se (13) em (10), segue-se que

$$k'Q_s + \frac{r}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = r(k'-1)\hat{t}_s - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i S_i(\hat{t}_s) \quad ; \tag{14}$$

logo,

$$S_{j'}(k'Q_s + \frac{r}{b}\sum_{s'=1} Q_{s'}) = r(k'-1)S_{j'}(\hat{t}_s) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i S_{j'} S_i(\hat{t}_s) \, , \quad \text{ou}$$

$$k'S_{j'}(Q_s) + n_{j'}\frac{r}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = r(k'-1)S_{j'}(\hat{t}_s) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i S_{j'} S_i(\hat{t}_s) \, , \tag{15}$$

onde $S_{j'}(Q_s)$ é a soma dos Q's dos j'-ésimos associados do s-ésimo tratamento regular.

Por outro lado, sabe-se, por Chakrabarti (1962), que em um delineamento PBIB, as seguintes igualdades se verificam:

$$\left.\begin{aligned} S_{j'} S_i(\hat{t}_s) &= \sum_{j=1}^{m} p^j_{j'i} S_j(\hat{t}_s) \quad , \text{ se } j' \neq i \\ &= n_i \hat{t}_s + \sum_{j=1}^{m} p^j_{ii} S_j(\hat{t}_s) \quad , \text{ se } j' = i \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Considerando-se em (15) as igualdades de (16), e impondo-se a restrição de (12), pode-se verificar que

$$k'S_i(Q_s) + \frac{(r^2-\lambda_i b)n_i}{br} \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = a_{i1}S_1(\hat{t}_s) + a_{i2}S_2(\hat{t}_s) + \dots + $$

$$+ a_{im}S_m(\hat{t}_s) \tag{17}$$

onde,

$$\left.\begin{aligned} a_{ij} &= \lambda_i n_i - \sum_{\ell=1}^{m} \lambda_\ell p_{i\ell}^{j} \quad , \quad i \neq j \text{ e } i,j = 1, 2, \dots, m \\ a_{ii} &= r(k'-1) + \lambda_i n_i - \sum_{\ell=1}^{m} \lambda_\ell p_{i\ell}^{i} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Com base em (17) pode-se escrever

$$S_i(\hat{t}_s) = f_{i1}[k'S_1(Q_s) + \frac{(r^2 - \lambda_1 b)}{br} n_1 \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}] +$$

$$+ f_{i2}[k'S_2(Q_s) + \frac{(r^2 - \lambda_2 b)}{br} n_2 \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}] + \dots +$$

$$+ f_{im}[k'S_m(Q_s) + \frac{(r^2 - \lambda_m b)}{br} n_m \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}] \tag{19}$$

Substituindo-se (19) em (14), obtém-se finalmente a solução para os efeitos dos tratamentos regulares, ou seja

$$\hat{t}_s = \frac{1}{r(k'-1)} \left\{ \begin{aligned} & k'Q_s + \frac{r}{b} \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} + \\ & + \sum_{\ell=1}^{m} \left[k'S_\ell(Q_s) + \frac{(r^2 - \lambda_\ell b)}{br} n_\ell \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} \right] \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_{i\ell} \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

ou

$$\hat{t}_s = \frac{1}{r(k'-1)} \left\{ \begin{aligned} & k'Q_s - \frac{r}{b} \sum_{s=1}^{v} Q_s + \\ & + \sum_{\ell=1}^{m} k'S_\ell(Q_s) - \frac{(r^2 - \lambda_\ell b)}{br} n_\ell \sum_{s=1}^{v} Q_s \sum_{i=1} \lambda_i f_{i\ell} \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

Observa-se que a obtenção de $\hat{t}_s$ ($s = 1, ..., v$) envolve a inversão de uma matriz m x m, constituída pelos elementos

a_{ij} ($i, j = 1, 2, ... m$). A inversa resultante tem os elementos
f_{ij} ($i, j = 1, 2, ... m$).

A soma de quadrados de tratamentos ajustada (SQTrat. aj.) pode ser determinada através da expressão:

$$SQTrat.aj. = \sum_{s=1}^{v} \hat{t}_s Q_s + \sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} Q_{s'} \quad , \tag{22}$$

e as demais somas de quadrados da análise de variância são determinadas de maneira usual.

A SQTrat. aj. pode ser decomposta em soma de quadrados de tratamentos regulares, ajustada para efeito de blocos, (SQTreg. aj.), soma de quadrados de tratamentos comuns (SQTcom.) e soma de quadrados de tipos de tratamentos (SQTipos). As expressões para essas somas de quadrados, de acordo com Oliveira (1985), são:

$$\text{SQTreg. aj.} = \frac{1}{r(k'-1)} \left\{ \begin{array}{l} k' \sum_{s=1}^{v} Q_s^2 + k' \sum_{\ell=1}^{m} \sum_{s=1}^{v} Q_s S_\ell(Q_s) \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_{i\ell} - \\ \\ - \left[\frac{r}{b} + \frac{(k'-1)}{v} + \frac{1}{br} \sum_{\ell=1}^{m} (r^2 - \lambda_\ell b) n_\ell \sum_{\ell=1}^{m} \lambda_i f_{i\ell} \right] \left(\sum_{s=1} Q_s \right)^2 \end{array} \right\} \tag{23}$$

$$\text{SQTcom.} = \frac{1}{b} \sum_{s'=1}^{c} T_{s'}^2 - \frac{1}{bc} \left(\sum_{s'=1}^{c} T_{s'} \right)^2 \quad , \tag{24}$$

ou

$$\text{SQT com.} = \frac{1}{b} \sum_{s'=1}^{c} Q^2{}_{s'} - \frac{1}{bc} \left(\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} \right)^2 \tag{25}$$

$$\text{SQTipos} = \frac{1}{rv} \left(\sum_{s=1}^{v} T_s \right)^2 + \frac{1}{bc} \left(\sum_{s'=1}^{c} T_{s'} \right)^2 - \frac{G^2}{bk'} \tag{26}$$

ou

$$\text{SQTipos} = \frac{k'}{rvc} \left(\sum_{s=1}^{v} Q_s \right)^2 \tag{27}$$

Os esquemas das análises de variância intrablocos, considerando-se os Modelos 1, 2 e 3, estão apresentados nas Tabelas 1a, 1b e 1c, respectivamente. Nessas Tabelas B_h é a soma das k' observações do h-ésimo bloco, R_d é a soma do d-ésimo grupo de repetições e G é o total geral.

As variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos são obtidas, conforme Oliveira (1985), considerando-se três tipos de contrastes:

I) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares ℓ-ésimos associados.

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'\sigma^2}{r(k'-1)} \left[1 - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_{i\ell} \right], \quad \ell = 1, 2, \ldots m \tag{28}$$

II) Contraste entre médias de dois tratamentos comuns.

$$V(\hat{m}_{s'} - m_{s'*}) = \frac{2\sigma^2}{b} \tag{29}$$

III) Contraste entre médias de um tratamento regular e outro comum.

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \frac{\sigma^2}{b}\left\{1 + \frac{1}{r'(k'-1)}\left[brk' - r^2 - \sum_{\ell=1}^{m}(r^2-\lambda_\ell b)n_\ell \sum_{i=1}^{m}\lambda_i f_{i\ell}\right]\right\} \qquad (30)$$

Observa-se que para o caso de contrastes entre tratamentos regulares há m tipos de variâncias. Se V_1, V_2, ... V_m são essas variâncias, a variância média das v (v - 1)/2 comparações entre todos os pares desses tratamentos é

$$\overline{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \frac{1}{(v-1)}\sum_{\ell=1}^{m} n_\ell V_\ell \quad , \qquad (31)$$

visto que há $vn_1/2$ comparações do primeiro tipo, $vn_2/2$ comparações do segundo tipo, etc.

As estimativas das variâncias anteriores podem ser determinadas substituindo-se σ^2 pelo quadrado médio do erro (QMErro) obtido na análise de variância.

A eficiência do delineamento, quando é usada a análise intrablocos, é $2\sigma^2/r\overline{V}$.

Delineamentos com duas classes de associados (m = 2) – os delineamentos PBIB com duas classes de associados, m = 2, são de particular importância, visto que são os mais utilizados na prática (Bose & Nair, 1939). Nesse caso, com base em (18), tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11} = r(k'-1) + (\lambda_1-\lambda_2)p_{12}^{1} + \lambda_1 \quad , \quad a_{12} = (\lambda_1-\lambda_2)p_{12}^{2} \\[2ex] a_{21} = (\lambda_2-\lambda_1)p_{21}^{1} \quad , \quad a_{22} = r(k'-1) + (\lambda_2-\lambda_1)p_{21}^{2} + \lambda_2 \end{array}\right\} \qquad (32)$$

Tem-se ainda:

$$f_{11} = \frac{a_{22}}{\Delta} \ , \ f_{12} = -\frac{a_{12}}{\Delta} \ , \ f_{21} = \frac{a_{21}}{\Delta} \ \text{ e } \ f_{22} = \frac{a_{11}}{\Delta} \quad , \qquad (33)$$

onde Δ é o determinante da matriz formada pelos elementos a_{ij} (i, j = 1, 2), ou seja

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \qquad (34)$$

Tomando-se

$$A = \lambda_1 a_{22} - \lambda_2 a_{21} \quad , \quad B = \lambda_2 a_{11} - \lambda_1 a_{12} \quad , \qquad (35)$$

obtém-se, com base em (21), a seguinte expressão para $\hat{t}_s$:

$$\hat{t}_s = \frac{k'}{r(k'-1)\Delta}\left\{\begin{array}{l} (\Delta-B)Q_s + (A-B)S_1(Q_s) - \\[2ex] - \dfrac{1}{brk'}\left[\Delta r^2 + (r^2-\lambda_1 b)n_1 A + (r^2-\lambda_2 b)n_2 B - brk'B\right]\displaystyle\sum_{s=1}^{v} Q_s \end{array}\right\} \qquad (36)$$

TABELA 1a. Análise de variância intrablocos para o Modelo 1 (delineamento com blocos não agrupados).

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Tratamentos (ajustados)	v'-1	SQTrat. aj.	$\frac{\text{SQTrat. aj.}}{v' - 1}$
Trat. regulares (ajustados)	v - 1	SQTreg. aj.	$\frac{\text{SQTreg. aj.}}{v - 1}$
Trat. comuns	c - 1	SQTcom.	$\frac{\text{SQTcom.}}{c - 1}$
Tipos de tratamentos	1	SQTipos	SQTipos
Blocos (não ajustados)	b - 1	$\frac{1}{k'}\sum_{h=1}^{b} B_h^2 - \frac{G}{bk'}$	
Erro	bk' - b - v' + 1	SQErro (por subtração)	$\frac{\text{SQErro}}{bk' - b - v' + 1}$
Total	bk' - 1	$\sum_u \sum_h Y_{uh}^2 - \frac{G^2}{bk'}$	

TABELA 1b. Análise de variância intrablocos para o Modelo 2 (delineamento com blocos agrupados).

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Tratamentos (ajustados)	v'-1	SQTrat. aj.	$\frac{\text{SQTrat. aj.}}{v' - 1}$
Trat. regulares (ajustados)	v - 1	SQTreg. aj.	$\frac{\text{SQTreg. aj.}}{v - 1}$
Trat. comuns	c - 1	SQTcom.	$\frac{\text{SQTcom.}}{c - 1}$
Tipos de tratamentos	1	SQTipos	SQTipos
Grupos de repetições	g - 1	$\frac{g}{bk'}\sum_{d=1}^{g} R_d^2 - \frac{G^2}{bk'}$	
Blocos dentro de grupo de repetições (não ajustados)	b - g	$\frac{1}{k'}\sum_{h=1}^{b} B_h^2 - \frac{g}{bk'}\sum_{d=1}^{g} R_d^2$	
Erro	bk' - b - v' + 1	SQErro (por subtração)	$\frac{\text{SQErro}}{bk' - b - v' + 1}$
Total	bk' - 1	$\sum_u \sum_h y_{uh}^2 - \frac{G^2}{bk'}$	

TABELA 1c. Análise de variância intrablocos para o Modelo 3 (delineamento com grupos de repetições ortogonais aos blocos).

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Tratamentos (ajustados)	v'-1	SQTrat. aj.	$\frac{\text{SQTrat. aj.}}{v' - 1}$
Trat. regulares (ajustados)	v - 1	SQTreg. aj.	$\frac{\text{SQTreg. aj.}}{v - 1}$
Trat. comuns	c - 1	SQTcom.	$\frac{\text{SQTcom.}}{c - 1}$
Tipos de tratamentos	1	SQTipos	SQTipos
Blocos (não ajustados)	b - 1	$\frac{1}{k'}\sum_{h=1}^{b} B_h^2 - \frac{G^2}{bk'}$	
Grupos de repetições	g - 1	$\frac{g}{bk'}\sum_{d=1}^{g} R_d^2 - \frac{G^2}{bk'}$	
Erro	bk' - b - v' - g + 2	SQErro (por subtração)	$\frac{\text{SQErro}}{bk' - b - v' - g + 2}$
Total	bk' - 1	$\sum_u \sum_h Y_{uh}^2 - \frac{G^2}{bk'}$	

A soma de quadrados de tratamentos regulares, ajustada para efeito de blocos, é:

$$\text{SQTreg. aj.} = \frac{k'}{r(k'-1)\Delta}\left\{(\Delta-B)\sum_{s=1}^{v} Q_s^2 + (A-B)\sum_{s=1}^{v} Q_s S_1(Q_s) - \frac{1}{brk'}\left[\Delta r^2 + \frac{\Delta br(k'-1)}{v} + (r^2-\lambda_1 b)n_1 A + (r^2-\lambda_2 b)n_2 B - brk'B\right]\left(\sum_{s=1}^{v} Q_s\right)^2\right\} \quad (37)$$

A variância da diferença entre duas médias de tratamentos regulares primeiros associados é dada por

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'(\Delta-A)\sigma^2}{r(k'-1)\Delta} = V_1 \quad (38)$$

Se os dois tratamentos são segundos associados, a variância é

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'(\Delta - B)\sigma^2}{r(k'-1)\Delta} = V_2 \tag{39}$$

A variância média das v (v - 1)/2 comparações é

$$\bar{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{1}{(v-1)}(n_1 V_1 + n_2 V_2)$$

$$= \frac{2k'\sigma^2}{r(k'-1)\Delta}\left[\Delta - B - \frac{(A-B)n_1}{(v-1)}\right] \tag{40}$$

No caso dos tratamentos comuns a variância da diferença entre duas médias é determinada conforme (29). Para um tratamento regular e outro comum essa variância é

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \frac{\sigma^2}{b}\left\{1 + \frac{1}{r^2(k'-1)\Delta}\left[(bk'-r)\Delta r - (r^2-\lambda_1 b)\, n_1 A - (r^2-\lambda_2 b) n_2 B\right]\right\} \tag{41}$$

Delineamentos BIB – os delineamentos BIB podem ser considerados como um caso particular de delineamentos PBIB quando m = 1; ou ainda, quando $\lambda_1 = \lambda_2 = ... = \lambda_m = \lambda$. (Bose & Nair 1939 e Nair 1944). Assim a expressão de $\hat{t}_s$, para delineamentos BIB, pode ser obtida a partir de (21) considerando-se $\lambda_1 = \lambda_2 = ... \lambda_m = \lambda$. Isso resulta em

$$\hat{t}_s = \frac{k'}{\lambda v + rc}\left(Q_s - \frac{(r^2-\lambda b)}{brk'}\sum_{s=1}^{v} Q_s\right), \tag{42}$$

que é a expressão encontrada por Ferreira (1980). Procedendo-se da mesma forma em (23), (28), (29) e (30) obtêm-se as expressões para a SQTreg. aj. e para as variâncias das estimativas das diferenças entre médias de dois tratamentos. Os resultados são:

$$\text{SQTreg. aj.} = \frac{k'}{\lambda v + rc}\left[\sum_{s=1}^{v} Q_s^2 - \frac{1}{v}\left(\sum_{s=1}^{v} Q_s\right)^2\right], \tag{43}$$

$$\left.\begin{aligned} v(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) &= \frac{2k'\sigma^2}{\lambda v + rc}, \\ V(\hat{m}_{s'} - \hat{m}_{s'*}) &= \frac{2\sigma^2}{b}, \\ V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) &= \left[\frac{k'}{\lambda v + rc} + \frac{1}{b} - \frac{(r^2-\lambda b)}{br(\lambda v + rc)}\right]\sigma^2 \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

os quais equivalem-se aos resultados obtidos por Kälin (1966) e Ferreira (1980).

Recuperação da informação interblocos

Os efeitos dos tratamentos regulares podem ser melhor estimados recuperando-se a informação interblocos, ou seja, aproveitando-se as comparações entre blocos na estimação desses efeitos. Nesse caso, supõe-se que o efeito de blocos seja uma variável aleatória com esperança zero e variância σ^2_b.

Sabe-se, da análise intrablocos, que

$$k'Q_s + \frac{r}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = r(k'-1)\hat{t}_s - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i S_i(\hat{t}_s) \qquad (45)$$

Por outro lado, pode-se demonstrar que na análise interblocos tem-se

$$k'\overset{*}{Q}_s - \frac{r}{b}\sum_{b'=1}^{c} Q_{s'} = r\hat{t}_s + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i S_i(\hat{t}_s) , \qquad (46)$$

onde

$$\overset{*}{Q}_s = \frac{1}{k'}A_s - \frac{r}{bk'}G \qquad (47)$$

Se σ e σ_1 são os desvios padrões para comparações intra e interblocos, demonstra-se que as equações combinadas para estimação dos efeitos dos tratamentos regulares, denotados aqui de $\tilde{t}_s$, dependem de $wQ_s + w'\overset{*}{Q}_s$, onde

$$\left.\begin{aligned} w &= \frac{1}{\sigma^2} \\ w' &= \frac{1}{\sigma_1^2} = \frac{1}{\sigma^2 + k'\sigma_b^2} \end{aligned}\right\} \qquad (48)$$

Logo, tomando-se $wQ_s + w'\overset{*}{Q}_s = P_s$, tem-se:

$$k'P_s + \frac{r(\overset{*}{w}-w')}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = r\,(k'-1)w+w')\;\tilde{t}_s - (w-w')\sum_{i=1}^{m}\lambda_i S_i(\tilde{t}_s) \qquad (49)$$

Comparando-se (49) com (14) verifica-se que $\tilde{t}_s$ pode ser obtido através da correspondente expressão de $\tilde{t}_s$, dada em (20), substituindo-se Q_s por P_s , r/b por r(w - w')/b, r(k' - 1) por r[(k' -1)w + w'] e λ_i por (w - w')λ_1.

Dessa forma obtém-se:

$$\tilde{t}_s = \frac{1}{r[(k'-1)w+w']}\left\{\begin{array}{l} k'P_s + \frac{r(w-w')}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} + \\ + (w-w')\sum_{\ell=1}^{m}\left[k'S_\ell(P_s)+(w-w')\frac{r^2-\lambda_\ell b)}{br} n_\ell \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}\right]\sum_{i=1}^{m}\lambda_i f'_{i\ell} \end{array}\right\}$$

ou

$$\tilde{t}_s = \frac{1}{r[(k'-1)w+w']}\left\{\begin{array}{l} k'P_s - \frac{r(w-w')}{b}\sum_{s=1}^{v} Q_s + \\ +(w-w')\sum_{\ell=1}^{m}\left[k'S_\ell(P_s)-(w-w')\frac{(r^2-\lambda_\ell b)}{br} n_\ell \sum_{s=1}^{m} Q_s\right]\sum_{s=1}^{m}\lambda_i f'_{i\ell} \end{array}\right\} \quad (50)$$

onde $f'_{i\ell}$ $(i, \ell = 1, 2, ..., m)$ são os elementos da inversa da matriz formada pelos elementos a'_{ij} $(i, j = 1, 2, ... m)$, sendo

$$\left.\begin{array}{ll} a'_{ij} = (w-w')(\lambda_i n_i - \sum_{\ell=1}^{m}\lambda_\ell p^j_{i\ell}) \quad , \quad i \neq j \\ \quad = (w-w')\, a_{ij} \\ a'_{ii} = r[(k'-1)w+w'] + (w-w')\ (\lambda_i n_i - \sum_{\ell=1}^{m}\lambda_\ell p^i_{i\ell}) \\ \quad = w'rk' + (w-w')\, a_{ii} \end{array}\right\} \quad (51)$$

Considerando-se w' = 0 em (50) e (51) obtém-se a estimativa intrablocos, dada em (21). Considerando-se w = 0, obtém-se a estimativa interblocos, se ela existe; e tomando-se w = w' obtém-se o efeito do tratamento regular não ajustado para blocos.

Não há teste de significância exato para as comparações entre tratamentos regulares, mas um teste aproximado pode ser obtido através da estatística $\sum_{s=1}^{V} \hat{t}_s P_s$, que pode ser usada como χ^2 com (v - 1) graus de liberdade.

As variâncias das estimativas dos contrastes entre duas médias de tratamentos são:

I) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares ℓ-ésimos associados.

$$V(\hat{m}_s-\hat{m}_{s*}) = \frac{2k'}{r[(k'-1)w+w')}\ [1-(w-w')\sum_{i=1}^{m}\lambda_i f'_{i\ell}]\ , \quad \ell=1, 2, ..., m \quad (52)$$

II) Contraste entre médias de dois tratamentos comuns.

$$V(\hat{m}_{s'}-\hat{m}_{s'*}) = \frac{2}{wb} \quad (53)$$

III) Contraste entre médias de um tratamento regular e outro comum.

$$V(\hat{m}_s-\hat{m}_{s'}) = \frac{k'}{r[(k'-1)w+w']} + \frac{1}{wb} -$$

$$- \frac{(w-w')}{br^2[(k'-1)w+w']w}\left[r^2+(w-w')\sum_{\ell=1}^{m}(r^2-\lambda_\ell b)n_\ell \sum_{i=1}^{m}\lambda_i f'_{i\ell}\right] \qquad (54)$$

Se V'_1, V'_2, ... v'_m são os m tipos de variâncias para os contrastes entre dois tratamentos regulares, a variância média dos contrastes entre todos os pares desses tratamentos é

$$\bar{V}'(\hat{m}_s-\hat{m}_{s*}) = \frac{1}{(v-1)}\sum_{\ell=1}^{m} n_\ell V'_\ell \qquad (55)$$

A eficiência do delineamento, para o caso da análise com recuperação da informação interblocos, é $2\sigma^2/r\bar{V}'$

Estimação de w e w' – as quantidades w e w' não são conhecidas. Devem ser estimadas, portanto, a partir dos dados experimentais. Isso pode ser feito aproveitando-se a análise intrablocos, mas ajustando blocos em vez de tratamentos. Assim, adotando-se o Modelo 1, dado em (6a), obtém-se a análise de variância da Tabela 2a. As estimativas de σ^2 e σ^2_b são obtidas igualando-se o quadrado médio do resíduo (V_e) e o quadrado médio de blocos ajustados (V_b) às suas respectivas esperanças. Com base em (48) obtém-se então as estimativas de w e w'. Assim,

$$\left.\begin{aligned} \hat{w} &= \frac{1}{V_e}, \\ \hat{w} &= \frac{bk' - v'}{k'(b-1)V_b - (v'-k')V_e} \end{aligned}\right\} \qquad (56)$$

No caso do Modelo 2, dado em (6b), tem-se a análise de variância apresentada na Tabela 2b. Conforme anteriormente, σ^2 e σ^2_b são estimados igualando-se os quadrados médios do resíduo (V_e) e o de blocos dentro de grupos de repetições ajustados (V_b) às suas respectivas esperanças. Portanto, de (48) tem-se que

$$\left.\begin{aligned} \hat{w} &= \frac{1}{V_e}, \\ \hat{w}' &= \frac{k'(b-g+1) - v'}{k'(b-g)V_b - (v'-k')V_e} \end{aligned}\right\} \qquad (57)$$

Finalmente, para o Modelo 3, dado em (6c), obtém-se a análise de variância da Tabela 2c. Igualando-se os quadrados médios do resíduo (V_e) e de blocos ajustados (V_b) às suas respectivas esperanças, obtêm-se as estimativas de σ^2 e de σ^2_b. Logo, de (48), tem-se

$$\left.\begin{aligned} \hat{w} &= \frac{1}{V_e}, \\ \hat{w}' &= \frac{bk'-v'}{(k'-v')V_e + k'(b-1)V_b} \end{aligned}\right\} \qquad (58)$$

Delineamentos com duas classes de associados (m = 2) – a estimativa combinada (intra e interblocos) do efeito do s-ésimo tratamento regular é dada por

$$\tilde{t}_s = \frac{k'}{r[(k'-1)w+w']\Delta'}\left\{\begin{array}{l}[\Delta'-(w-w')B']P_s + (w-w')(A'-B')S_1(P_s) - \\ -\dfrac{(w-w')^2}{brk'}\left[\dfrac{r(\Delta' r-wbk'B')}{(w-w')} + (r^2-\lambda_1 b)n_1 A' + \right. \\ \left. +(r^2-\lambda_2 b)n_2 B'\right]\sum_{s=1}^{v} Q_s\end{array}\right\} \quad (59)$$

onde

$$\left.\begin{array}{l}A' = w'\lambda_1 rk' + (w-w')\ A \\ B' = w'\lambda_2 rk' + (w-w')\ B \\ \Delta' = w'rk'[w'rk' + (w-w')(a_{11} + a_{22})] + (w-w')^2\ \Delta\end{array}\right\} \quad (60)$$

As variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias são

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'[\Delta'-(w-w')A']}{r[(k'-1)w + w']\Delta'} , \quad (61)$$

para tratamentos regulares primeiros associados e

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'[\Delta'-(w-w')B']}{r[(k'-1)w+w']\Delta'} , \quad (62)$$

para tratamentos regulares segundo associados.

A variância média das v (v - 1)/2 compàrações é

$$\bar{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'(w-w')}{r[(k'-1)w+w']\Delta'}\left[\frac{\Delta'}{(w-w')} - B'\frac{(A'-B')n_1}{(v-1)}\right] \quad (63)$$

Para o caso dos tratamentos comuns a variância da diferença entre duas médias é determinada conforme (29). Para um tratamento regular e outro comum essa variância é

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \frac{k'}{r[(k'-1)w + w']} + \frac{1}{wb} - \frac{(w-w')}{br^2[k'-1)w+w']\Delta' w}\left\{\begin{array}{l}\Delta' r^2 + (w-w')[(r^2-\lambda_1 b)n_1 A' + \\ + (r^2-\lambda_2 b)n_2 B']\end{array}\right\} \quad (64)$$

Delineamentos BIB – considerando-se em (51) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, obtém-se $\tilde{t}_s$ para o caso de delineamentos BIB. Isso resulta em

$$\tilde{t}_s = \frac{k'}{w'rk' + (w-w')(\lambda v + rc)} \left[P_s - \frac{(w-w')(r^2 - \lambda b)}{brk'} \sum_{s=1}^{v} Q_s \right] \qquad (65)$$

As variâncias das estimativas das diferenças entre médias de dois tratamentos são

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s^*}) = \frac{2k'}{w(\lambda v + rc) + (r-\lambda)w'}, \qquad (66)$$

para dois tratamentos regulares e

$$V(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \frac{k'}{w\lambda vrc} + \frac{(c-1)}{c} \cdot \frac{1}{wb} + \frac{(v-1)}{v} \cdot \frac{k'}{(\lambda v + rc)w + (r-\lambda)w'}, \qquad (67)$$

para um tratamento regular e outro comum. A variância da estimativa da diferença entre médias de dois tratamentos comuns é obtida conforme (29).

Um exemplo ilustrativo

Para ilustrar o método de análise proposto seja um experimento com dez tratamentos regulares, dispostos em um delineamento PBIB com duas classes de associados (m = 2), mais dois tratamentos comuns adicionados em cada bloco. Os dados (fictícios) são apresentados na Tabela 3.

Verifica-se que o delineamento é do tipo triangular, e que os tratamentos regulares satisfazem o seguinte esquema de associação:

*	1	2	3	4	
1	*	5	6	7	
2	5	*	8	9	(68)
3	6	8	*	10	
4	7	9	10	*	

TABELA 2a. Tabela auxiliar para a análise de variância interblocos (Modelo 1)

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Esperanças das somas de quadrados
Tratamentos (não ajustados)	v'-1	$\sum_{s=1}^{v} \frac{T_s^2}{r} + \sum_{s'=1}^{C} \frac{T_{s'}^2}{b} - \frac{G^2}{bk'}$	
Blocos (ajustados)	b - 1	SQBaj. (por subtração)	$(b-1)\sigma^2 + (bk' - v')\sigma_b^2$
Erro	bk' - b - v' + 1	SQErro (da Tabela 1a)	$(bk' - b - v' + 1)\sigma^2$
Total	bk' - 1	(da Tabela 1a)	

TABELA 2b. Tabela auxiliar para a análise de variância interblocos (Modelo 2)

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Esperanças das somas de quadrados
Tratamentos (não ajustados)	v'-1	$\sum_{s=1}^{v} \frac{T_s^2}{r} + \sum_{s'=1}^{C} \frac{T_{s'}^2}{b} - \frac{G^2}{bk'}$	
Grupo de repetições	g - 1	(da Tabela 1b)	
Blocos dentro de grupos de repetições (ajustados)	b - g	(por subtração)	$(b- g)\sigma^2 + (bk' - b' - k'g + k')\sigma_b^2$
Erro	bk' - b - v' + 1	SQErro (da Tabela 1b)	$(bk' - b - v' + 1)\sigma^2$
Total	bk' - 1	(da Tabela 1b)	

TABELA 2c. Tabela auxiliar para a análise de variância interblocos (Modelo 3)

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Esperanças das somas de quadrados
Tratamentos (não ajustados)	v'-1	$\sum_{s=1}^{v} \frac{T_s^2}{r} + \sum_{s'=1}^{C} \frac{T_{s'}^2}{b} \quad \frac{G^2}{bk'}$	
Blocos (ajustados)	b - 1	(por subtração)	$(b - 1)\sigma^2 + (bk' - v')\sigma_b^2$
Grupos de repetições	g - 1	(da Tabela 1c)	
Erro	bk' - b - v' - g + 2	(da Tabela 1c)	$(bk' - b - v' - g + 2)\sigma^2$
Total	bk' - 1	(da Tabela 1c)	

TABELA 3. Esquema de campo, produções de parcelas e totais de blocos de um experimento fictício para ilustrar o método de análise (os números entre parênteses identificam os tratamentos regulares e as letras os comuns).

Bloco	Tratamentos e produções														Total de Bloco
1	(1)	2,0	(8)	4,0	(9)	5,2	(7)	2,2	(3)	3,5	(A)	4,7	(B)	4,2	25,8
2	(8)	6,3	(4)	5,1	(1)	3,5	(10)	4,6	(5)	4,8	(B)	4,6	(A)	5,3	34,2
3	(3)	6,0	(10)	2,6	(7)	2,5	(5)	5,0	(2)	3,2	(B)	5,0	(A)	4,9	29,2
4	(5)	2,6	(9)	3,4	(4)	4,8	(6)	3,7	(3)	4,0	(A)	3,8	(B)	3,6	25,9
5	(10)	4,4	(1)	4,8	(6)	3,8	(9)	3,0	(2)	2,5	(B)	4,3	(A)	4,1	26,9
6	(6)	4,0	(2)	2,6	(8)	3,0	(4)	4,2	(7)	3,6	(A)	3,4	(B)	4,0	24,8
Total geral (G)															166,8

A regra de associação é a seguinte: dois tratamentos são primeiros associados se e somente se eles ocorrem juntos na mesma coluna do esquema, e são segundos associados em caso contrário.

Sabe-se ainda, por Bose & Shimamoto (1952), que em delineamentos PBIB do tipo triangular, as seguintes relações se verificam:

$$\left.\begin{array}{llll} v = a(a-1)/2, & n_1 = 2a-4, & n_2 = (a-2)(a-3)/2, & \\ p^1_{11} = a-2, & p^1_{12} = p^1_{21} = a-3, & p^1_{22} = (a-3)(a-4)/2, & \\ p^2_{11} = 4, & p^2_{12} = p^2_{21} = 2a-8, & p^2_{22} = (a-4)(a-5)/2 & \end{array}\right\} \quad (69)$$

Portanto, os parâmetros do primeiro tipo, referentes ao delineamento PBIB utilizado, são

$$v = 10, \quad b = 6, \quad r = 3, \quad k = 5, \quad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 2$$

$$n_1 = 6, \quad n_2 = 3 \qquad (70)$$

e os parâmetros do segundo tipo são

$$p^1_{11} = 3, \quad p^1_{12} = p^1_{21} = 2, \quad p^1_{22} = 1,$$

$$p^2_{11} = 4, \quad p^2_{12} = p^2_{21} = 2, \quad p^2_{22} = 0 \qquad (71)$$

Com a inclusão dos c = 2 tratamentos comuns em cada bloco do delineamento tem-se ainda

$$v' = v+c = 12 \quad e \quad k' = k+c = 7 \qquad (72)$$

A análise de variância intrablocos pode ser desenvolvida com o auxílio da Tabela 4.

As quantidades Q_s (s = 1, 2, ... v) e $Q_{s'}$ (s' = 1, 2, ... c) são determinadas conforme (7) e (8), respectivamente, e $S_1(Q_s)$ representa a soma dos Q's dos tratamentos regulares primeiros associados do s-ésimo tratamento. Por exemplo, para s = 1, tem-se

$$S_1(Q_1) = Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7$$

$$= -2,3856$$

Os parâmetros a_{ij} (i, j = 1, 2), definidos em (32), tem os valores

$$a_{11} = 17, \quad a_{12} = -2, \quad a_{21} = 2, \quad a_{22} = 22. \qquad (73)$$

TABELA 4. Tabela auxiliar para análise de variância intrablocos.

Tratamentos regulares	T_s	A_s	Q_s	$S_1(Q_s)$	T_s	Média de tratamento ajustada
1	10,3	86,9	-2,1143	-2,3856	-0,7390	3,2324
2	8,3	80,9	-3,2571	3,0000	-1,2409	2,7305
3	13,5	80,9	1,9429	-3,1000	0,7017	4,6731
4	14,1	84,9	1,9714	-7,4571	0,7925	4,7639
5	12,4	89,3	-0,3571	-6,5000	-0,0446	3,9268
6	11,5	77,6	0,4143	-3,7428	0,1758	4,1472
7	8,3	79,8	-3,1000	-1,0143	-1,1112	2,8602
8	13,3	84,8	1,1857	-2,1856	0,4184	4,3898
9	11,6	78,6	0,3714	-4,8571	0,1814	4,1528
10	11,6	90,3	-1,3000	2,7857	-0,5483	3,4231
$\sum_{S=1}^{V}$	114,9		-4,2428		-1,4142	
Tratamentos comuns	$T_{s'}$	G	$Q_{s'}$		$T_{s'}$	Média de tratamento
A	26,2	166,8	2,3714		0,3952	4,3667
B	25,7	166,8	1,8714		0,3119	4,2833
$\sum_{s'=1}^{c}$	51,9		4,2428		0,7071	

Logo, Δ, A e B, definidos em (34) e (35), são

$$\left.\begin{aligned} \Delta &= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \\ &= 378 \\ A &= \lambda_1 a_{22} - \lambda_2 a_{21} \\ &= 18 \\ B &= \lambda_2 a_{11} - \lambda_1 a_{12} \\ &= 36 \end{aligned}\right\} \quad (74)$$

Conhecidos os parâmetros do delineamento e as quantidades Q_s, $S_1(Q_s)$, Δ, A e B obtêm-se então a estimativa intrabloco $\hat{t}_s$ através da expressão de (36). Assim, para o s-ésimo tratamento regular tem-se

$$\hat{t}_s = \frac{1}{108}[38Q_s - 2S_1(Q_s) - 4,2428] \tag{75}$$

As médias dos tratamentos regulares, ajustadas para blocos, são dadas por

$$\hat{m}_s = \hat{t}_s + \frac{G}{bk'}, \quad s = 1,2,\ldots v, \tag{76}$$

e as médias dos tratamentos comuns por

$$\begin{aligned}\hat{m}_{s'} &= \hat{t}_{s'} + \frac{G}{bk'}\\ &= \frac{T_{s'}}{b}, \quad s' = 1,2,\ldots c\end{aligned} \tag{77}$$

A análise de variância intrablocos segue o esquema da Tabela 1a, e está apresentada na Tabela 5. As quantidades necessárias para a determinação das diferentes somas de quadrados são obtidas nas Tabelas 3 e 4.

A razão entre o quadrado médio de tratamentos e o quadrado médio do erro obedece a distribuição de F com graus de liberdade 9 e 18, para tratamentos regulares, e 1 e 18, para tratamentos adicionais e tipos de tratamentos. Em nenhum caso houve significância ao nível de 5% de probabilidade.

Substituindo-se σ^2 pelo quadrado médio do erro (QMErro) em (29), (38), (39) e (41) obtêm-se as estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos. Logo, tem-se

$$\begin{aligned}\hat{V}(\hat{m}_{s'} - \hat{m}_{s'*} &= \frac{2\ \text{QMErro}}{b}\\ &= 0,2449,\end{aligned}$$

TABELA 5. Análise de variância intrablocos.

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Tratamentos (ajustados)	11	14,8605	1,3510
Trat. regulares (ajustados)	9	12,7395	1,4155
Trat. comuns	1	0,0208	0,0208
Tipos de tratamentos	1	2,1002	2,1002
Blocos (não ajustados)	5	8,6200	
Erro	25	18,3652	0,7346
Total	41	41,8457	

para dois tratamentos comuns;

$$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'(\Delta - A)QMErro}{r(k'-1)\Delta}$$

$$= 0,5441 \quad ,$$

para dois tratamentos regulares primeiros associados;

$$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = \frac{2k'(\Delta - B)QMErro}{r(k'-1)\Delta}$$

$$= 0,5169 \quad ,$$

para dois tratamentos regulares segundos associados;

$$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = \left\{ \frac{k'}{r(k'-1)} + \frac{1}{b} - \frac{1}{br^2(k'-1)\Delta} \left[\Delta r^2 + (r^2 - \lambda_1 b)n_1 A + (r^2 - \lambda_2 b)n_2 B \right] \right\} QMErro$$

$$= 0,3877 \quad ,$$

para um tratamento regular e outro comum.

Para efetuar a análise com recuperação da informação interblocos é necessário estimar w e w'. Isto pode ser feito com o auxílio da Tabela 6, que corresponde à Tabela 2a.

O quadrado médio do erro é V_e = 0, 7346 e o quadrado médio de blocos ajustados é V_b = 1,8220. Logo, por (56), tem-se

$$\hat{w} = 1,3613 \quad , \quad \hat{w} = 0,4992.$$

Na Tabela 7 a quantidade P_s , usada na determinação das estimativas combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares, é calculada a partir da expressão.

$$P_s = 1,3613Q_s + 0,4992Q_s' \quad ,$$

TABELA 6. Tabela auxiliar para análise de variância interblocos.

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Esperanças das somas de quadrados
Tratamentos (não ajustados)	11	14,3707	
Blocos (ajustados)	5	9,1098	$5\sigma^2 + 30\sigma_b^2$
Erro	25	18,3652	$25\sigma^2$
Total	41	41,8457	

TABELA 7. Valores de Q_s^*, P_s, S_1, (P_s), estimativas combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares e médias de tratamentos ajustados.

Tratamentos regulares	Q_s^*	P_s	$S_1(P_s)$	$\tilde{t}_s$	Média de tratamento ajustada
1	0,5000	-2,6286	-3,7468	-0,6580	3,3134
2	-0,3571	-4,6122	4,4405	-1,2263	2,7451
3	-0,3571	2,4666	-3,8636	0,6319	4,6033
4	0,2143	2,7906	-10,3653	0,7666	4,7380
5	0,8429	-0,0653	-9,6901	0,0387	4,0101
6	-0,8286	0,1503	-4,2678	0,0492	4,0206
7	-0,5143	-4,4768	-0,8673	-1,1490	2,8224
8	0,2000	1,7139	-3,1749	0,4359	4,4073
9	-0,6857	0,1633	-5,9274	0,0660	4,0374
10	0,9857	-1,2776	2,8079	-0,3694	3,6020

e a quantidade $S_1(P_s)$ representa a soma dos P's dos tratamentos regulares primeiros associados do s-ésimo tratamento.

Os valores de A', B' e Δ', obtidos conforme (60), são

$$A' = 26,0010 \quad ; \quad P' = 52,0020 \quad ; \quad \Delta' = 743,2984$$

Finalmente, usando-se a equação (59), onde w e w' são substituídos por w e w', respectivamente obtêm-se as estimativas combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares através de

$$\tilde{t}_s = \frac{1}{123,1704}[31,1600P_s - S_1(P_s) - 2,8878].$$

Estes valores, assim como a média ajustada para cada tratamento regular, obtida pela adição de $\tilde{t}_s$ à média geral G/(bk'), são apresentados na Tabela 7.

As estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos, na análise com recuperação da informação interblocos, são obtidas substituindo-se w e w' por $\hat{w}$ e $\hat{w}'$, respectivamente, nas expressões (61), (62), (63) e (64). Isso resulta em

$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = 0,5222$; para dois tratamentos regulares primeiros associados;

$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = 0,5060$; para dois tratamentos regulares segundos associados;

$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s*}) = 0,5168$; para dois tratamentos regulares (primeiros ou segundo associados).

$\hat{V}(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = 0,3795$; para um tratamento regular e outro comum.

REFERÊNCIAS

BOSE, R.C., CLATWORTHY, W.H., SHRIKHANDE, S.S. **Tables of partially balanced designs with two associate classes.** s.l., s.ed., 1954. (North Carolina Agricultural Experimental Bulletin, 107)

BOSE, R.C. & NAIR, K.R. Partially balanced incomplete block designs. **Sankhyã, 4** : 337-372, 1939.

BOSE, R.C. & SHIMAMOTO, T. Classification and analysis of partially balanced incomplete block designs with two associate classes. **J. Am. Stat. Assoc., 47** : 151-184, 1952.

CHAKRABARTI, M.C. **Mathematics of design and analysis of experiments.** London, Asia Publishing House, 1962.

FERREIRA, J.G. **Análise intrablocos de um experimento em blocos incompletos equilibrados, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos.** Piracicaba, ESALQ/USP, 1980. 57p. Tese Mestrado.

KÄLIN, A. Versuchsanordnungen in unvollständigen Blöcken mil zusätzlichen kontrollbehandlungen in jedem Block. **Metrika, 10** : 182-218, 1966.

KEMPTHORNE, O. **The design and analysis of experiments.** New York, John Wiley Sons, 1952.

NAIR, K.R. Analysis of partially balanced incomplete block designs illustrated on the simple square and rectangular lattices. **Biometrics, 8**: 122-155, 1952.

NAIR, K.R. The recovery of inter-block information in incomplete block designs. **Sankhyã, 6**: 383-390, 1944.

OLIVEIRA, A.C. **Análise intrablocos de experimentos em blocos incompletos balanceados com alguns tratamentos comuns adicionados em cada bloco.** Piracicaba, ESALQ/USP, 1985. 153p. Tese Doutorado.

PIMENTEL-GOMES, F. The solution of normal equations of experiments in incomplete blocks. **Ci. Cult., 20**: 733-746, 1967.

PIMENTEL-GOMES, F. & VIEGAS, G.P. Experiments in square lattice with a common treatment in all blocks. **R. Agric., 53**: 35-43, 1978.

RAO, C.R. General methods of analysis for incomplete block designs. **J. Am. Stat. Assoc., 58**: 541-61, 1947.

YATES, F. A new method of arranging variety trials involving a large number of varieties. **J. Agric. Sci., 26** : 424-455, 1936a.

YATES, F. Incomplete randomized blocks. **Annals of Eugenics, 7** : 121-140, 1936b.