

APLICAÇÃO DE CURVAS DE CRESCIMENTO EM BOVINOS DE CORTE

Alfredo Ribeiro de Freitas

Embrapa Pecuária Sudeste, São Carlos, SP. Bolsista do CNPq. (ribeiro@cnpq.br)

Waldomiro Barioni Jr

Embrapa Pecuária Sudeste (barioni@cnpq.br)

RESUMO: As propriedades de sete modelos não-lineares: Brody, Richards, Von Bertalanffy, duas alternativas de Gompertz e de Logístico foram discutidas. Dados de peso (y) e idade de bovinos Canchim, do nascimento até 40 meses de idade, foram ajustados pelo método de Gauss Newton por meio do procedimento NLIN do SAS, considerando-se os critérios: convergência ou não, coeficiente de determinação e interpretabilidade biológica dos parâmetros, quadrado médio do resíduo. Dois modelos: Gompertz: $y = y_0 \cdot \exp[(L/K)(1 - e^{-kt})]$ e $y = A \cdot \exp(-be^{-kt})$, foram os mais adequados para prever o crescimento.

Palavras-chave: Brody, curvas de crescimento, Gompertz, Logístico, modelos não-lineares, von Bertalanffy

1. INTRODUÇÃO

Dentre as várias aplicações dos modelos não-lineares que relacionam os pesos (y) e as idades (t) dos animais (Davidian e Giltinan, 1996), destacam-se: a) resumir em três ou quatro parâmetros, as características de crescimento da população, pois alguns parâmetros dos modelos não-lineares utilizados, possuem interpretabilidade biológica; b) estudar o perfil de respostas de tratamentos ao longo tempo; c) estudar as interações de respostas das subpopulações ou tratamentos com o tempo; d) identificar em uma população os animais mais pesados em idades mais jovens por do relacionamento entre o parâmetro k das curvas de crescimento, que expressam a taxa de declínio na taxa de crescimento relativa, e o peso limite do animal ou peso assintótico (Davidian e Giltinan, 1996); e) obter a variância entre e dentro de indivíduos, de grande interesse nas avaliações genéticas (Mansour et al., 1991).

O estudo de curvas de crescimento em bovinos, é ainda mais atraente, uma vez que os modelos não-lineares são bastante flexíveis para se considerar nos dados peso-idade, características, tais como: a) as pesagens são irregulares no tempo, isto é, o intervalo entre duas medidas consecutivas quaisquer, não é constante; b) possuem estrutura incompleta; c) as avaliações adjacentes são mais estreitamente correlacionadas do que as demais; d) a resposta dos indivíduos em função do tempo tem variância crescente.

Os objetivos do trabalho foram ajustar modelos não-lineares dados peso-idade de bovinos machos da raça Canchim.

2. METODOLOGIA

a) Origem dos dados:

Foram utilizados dados peso-idade do nascimento até 40 meses de idade de bovinos machos da raça Canchim, obtidos da Embrapa Pecuária Sudeste São Carlos, SP.

b) Aspectos Teóricos dos Modelos Não-lineares

b.1) Origem dos modelos Brody, Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards

Estes modelos são gerados por meio da reparametrização da equação geral de Von Bertalanffy dada por: $y^{1-m} = A^{1-m} - \beta e^{-kt}$, em que $A^{1-m} = (\eta/\kappa)$, $\beta = \eta/\kappa - y_0^{(1-m)} = A^{1-m} - y_0^{(1-m)}$ e $k = (1-m)\kappa$, variando-se o ângulo m (Richards, 1959):

$$y^{1-m} = A^{1-m} (1 \pm be^{-kt}) \begin{cases} \text{Brody: } y = A(1 - be^{-kt}) & (m=0) \\ \text{Von Bertalanffy: } y = A(1 - be^{-kt})^3 & (m=2/3) \\ \text{Logística: } y = A/(1 + be^{-kt}) & (m=2) \\ \text{Gompertz: } y = Ae^{-be^{-kt}} & (m \rightarrow 1) \\ \text{Richards: } y_t = A(1 - be^{-kt})^m & (m \text{ variável}) \end{cases}$$

Para $0 < m < 1$, tem-se um modelo intermediário entre Brody e Gompertz; para $1 < m < 2$, o formato se situa entre Gompertz e Logístico; para $m > 2$, resulta em um modelo similar ao Logístico, porém, assimétrico, com o ponto de inflexão podendo ser alterado para um valor maior do que $y = A/2$.

b.2) Parâmetros A, b, K, m

O parâmetro **A** estima o peso assintótico ou o peso limite quando $t \rightarrow \infty$; quando o peso adulto do animal não é atingido, **A** reflete o peso às últimas pesagens; **b** não possui interpretação biológica, porém é importante para modelar a curva sigmoideal do nascimento ($t = 0$) até a idade adulta ($t \rightarrow \infty$) do animal, resultando nas expressões $A(1-b) \leq y \leq A$; $A(1-b)^3 \leq y \leq A$; $A/(1-b) \leq y \leq A$; $Ae^{-b} \leq y \leq A$ e $A(1-b)^m \leq y \leq A$, para Brody, Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards, respectivamente. Quando $m \rightarrow 1$, como no caso do Gompertz, tem-se $b = (y_0/A)^{1-m}$. A constante k ou índice de maturidade, é a razão da taxa de crescimento máxima em relação ao tamanho adulto.

b.3) Taxa de crescimento absoluta instantânea – TCI

Estima o incremento no peso para cada unidade de tempo t ; é dada por: $\partial y/\partial t = \mp KA be^{-kt}(1-m)^{-1}(1 \pm be^{-kt})^{m/(1-m)}$. Substituindo-se os valores de m , em que o sinal + ocorre para $m < 1$ e o sinal – para $m > 1$, obtém-se as expressões da TCI (Tabela 1) para: Brody, Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards, respectivamente. Para o Gompertz, a TCI é obtida para $m \rightarrow 1$, quando $\lim_{x \rightarrow 0} (a^x - 1) = \log_e a$.

b.4) Taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) e absoluta (TCIA)

A **TCIR** no tempo t em relação ao peso do indivíduo é dada:

$$y_t^{-1}(\partial y_t/\partial t) = \mp Kbe^{-kt} [(1-m)(1 \pm be^{-kt})^{-1}] \quad (\mp \text{ para } m > 1; \pm \text{ para } m < 1)$$

que resulta nas expressões para a **TCIR**: $bKe^{-kt}/(1-be^{-kt})$, $3bKe^{-kt}/(1-be^{-kt})$; $bKe^{-kt}/(1+be^{-kt})$, $Ky \log_e(A/y)$ e $-Kbe^{-kt} [(1-m)(1 + be^{-kt})^{-1}]$, para Brody, Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards, respectivamente. A **TCIA** é visualizada por meio do gráfico de $\partial y/\partial t$, na ordenada e y , na abscissa, a qual aproxima de **A** assintoticamente.

b.5) Ponto de inflexão (PI)

É o ponto em que a TCI passa de crescente para decrescente; é dado por $y_t/A = m^{1/(1-m)}$, correspondendo à $y_t/A = 8/27$, $y_t/A = 1/2$, $y_t/A = 1/e$ e $y_t/A = m^{1/(1-m)}$, para Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards, respectivamente.

b.6) Taxa de maturidade absoluta

É a razão de $\partial y_t/\partial t$ em relação ao peso assintótico **A**, ou seja, $A^{-1}\partial y_t/\partial t$; o gráfico $A^{-1}\partial y_t/\partial t$ versus y_t/A , representa a taxa de troca em peso do tamanho proporcional em relação ao tamanho global,

variando na escala de 0 a 1. Da mesma forma, quando diferentes curvas são ajustadas ao um conjunto de animais, pode-se estabelecer uma equivalência entre os **k**'s e comparar estas curvas variando-se apenas o valor de **m**.

b.7) Taxa de crescimento no intervalo t_i e t_j ($i < j$)

Para duas avaliações quaisquer **i** e **j** no animal, a taxa de crescimento média é dada por $1/(t_j - t_i)$

$$\int_{t_i}^{t_j} (\partial y/\partial t) \partial t = (y_j - y_i) / (t_j - t_i), \text{ enquanto que a taxa de maturidade absoluta média é dada por } A^{-1}/(t_j - t_i)$$

$$\int_{t_i}^{t_j} \partial y/\partial t \partial t = A^{-1}(y_j - y_i) / (t_j - t_i).$$

c) Modelos analisados

A Tabela 1 apresenta os modelos não-lineares usados algumas propriedades associadas aos mesmos: Além dos cinco modelos do item b.1), **foi considerado o Gompertz (2a), dado por: $y = y_0 \cdot \exp[(L/K)(1 - e^{-kt})]$ (Freitas e Costa, 1983), em que $y_0 e^{L/K}$ e L/K , equivale, respectivamente, aos parâmetros **A** e **b** do Gompertz (2b), e o Logístico: $y = A/(1 + e^{-kt})^m$ (Fitzhugh (1976), em que **L** não tem significado biológico, porém, juntamente com o **k** compõem o **b**, modelam a curva sigmoideal. A escolha dos modelos mais foram feitas considerando-se: a) convergência ou não; b) coeficiente de determinação dado por $1 - (SQR/SQT)$, em que **SQR** e **SQT** é a soma de quadrados do resíduo e total corrigida, respectivamente e c) interpretabilidade biológica dos parâmetros. O ajuste dos modelos aos dados foi feito por meio do procedimento NLIN do SAS e método iterativo de *Gauss-Newton*.**

Tabela 1– Propriedades dos modelos não lineares: Brody (1), Gompertz (2a, 2b), Logístico (3a, 3b), Richards (4) e Von Bertalanffy (5). Taxa de crescimento instantânea ($\partial y/\partial t$), taxa de maturidade absoluta ($A^{-1}(\partial y/\partial t)$), taxa de crescimento instantânea relativa ($(\partial y/\partial t)/y$) e ponto de inflexão ($y_i; t_i$)

Modelo: $y =$	$\partial y/\partial t = AbkC_1$	$A^{-1}(\partial y/\partial t) = bkC_1$	$(\partial y/\partial t)/y = AbkC_1/y$	$(y; t_i)$
1. $A(1-bC_1)$	$\partial y/\partial A = (1-bC_1)$	$\partial y/\partial b = -AC_1$	$\partial y/\partial K = AbtC_1$	não possui
2a. $y_0 \cdot e^{[(L/K)(1-C_1)]}$	$\partial y/\partial y_0 = e^{[(L/K)(1-C_1)]}$	$\partial y/\partial K = yLtC_1/K$	$\partial y/\partial L = y(1-C_1)/K$	$0,368A; \log_e(L/K)/K$
2b. $A \exp(-bC_1)$	$\partial y/\partial A = \exp(-bC_1)$	$\partial y/\partial b = -yC_1$	$\partial y/\partial K = ybtC_1$	$A/e; (\log b)/k$
3a. $A/(1+C_1)^m$	$\partial y/\partial A = 1/(1+C_1)^m$	$\partial y/\partial k = ymtC_1/(1+C_1)$	$\partial y/\partial m = -y \ln(1+C_1)$	$A[m/(m+1)]^m; \log_e m/K$
3b. $A/(1+bC_1)$	$\partial y/\partial A = 1/(1+bC_1)$	$\partial y/\partial b = -yC_1/(1+bC_1)$	$\partial y/\partial K = ybt/(1+bC_1)C_1$	$A/2; (\ln b)/K$
4. $A(1-bC_1)^m$	$\partial y/\partial A = (1-bC_1)^m$ $\partial y/\partial m = y \ln(1-bC_1)$	$\partial y/\partial b = -ymC_1/(1-bC_1)$	$\partial y/\partial K = ymbtC_1/(1-bC_1)$	$Am^{1/(1-m)}; \ln(b(1-m)^{-1})/K$
5. $A(1-bC_1)^3$	$\partial y/\partial A = (1-bC_1)^3$	$\partial y/\partial B = -3AC_1(1-bC_1)^2$	$\partial y/\partial K = 3^A BT(1-bC_1)^2 C_1$	$8A/27; \log_e(3b)/K$

$$C_1 = \exp(-kt)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 2 apresenta as estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados aos dados peso-idade do nascimento até 40 meses de idade de bovinos Canchim.

Tabela 2 – Modelo, parâmetros estimados e coeficientes de determinação dos modelos não-lineares

Modelos	Parâmetros estimados	R ²
1.) Brody: $y = A(1-bC_1)$	A =1751,9000; b=0,9734; K=0,0103	0,9244
2a) Gompertz: $y = y_0, \exp[(L/K)(1-C_1)]$	$y_0 = 72,7672$, L= 0,1343 K =0,0566	0,9232
2b)Gompertz: $y = A \exp(-bC_1)$	A = 780,5950 b= 2,3728 K = 0,0566	0,9232
3a) Logístico: $y = A/(1 + C_1)^m$	A= 731,0000 K = 0,0713 M=3,2265	0,9357
5) Von Bertalanffy: $y = A(1 - bC_1)^3$	A= 872,9000 b=0,5777 K= 0,0413	0,9238

$$C_1 = \exp(-kt)$$

A Figura 1 apresenta as estimativas de pesos, em kg (esquerda) e a Taxas de Crescimento Instantânea (TCI, kg/Mês), em função da idade (direita); os índices de 1 a 4, indicam, os modelos Brody, o Gompertz, o Logístico e Von Bertalanffy. Observando-se o comportamento dos modelos quanto à estimativas de pesos (Figura 1: esquerda), verifica-se que os resultados semelhantes, porém, há diferença entre os mesmos na fase inicial e às últimas pesagens. Na fase inicial, o mais indicado foi o Brody, enquanto que os demais tenderam a superestimar os pesos. Entretanto, considerando-se todos os pares peso-idade, o Logístico $y=A/(1+e^{-kt})^m$, seguido de Von Bertalanffy, foram os mais indicados. As estimativas de pesos, em kg, ao nascimento obtidas destes modelos, pela ordem, foram 46,6; 72,7; 89,4 e 78,0, para Brody, Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy, respectivamente; superiores ao valor observado (40,2 kg).

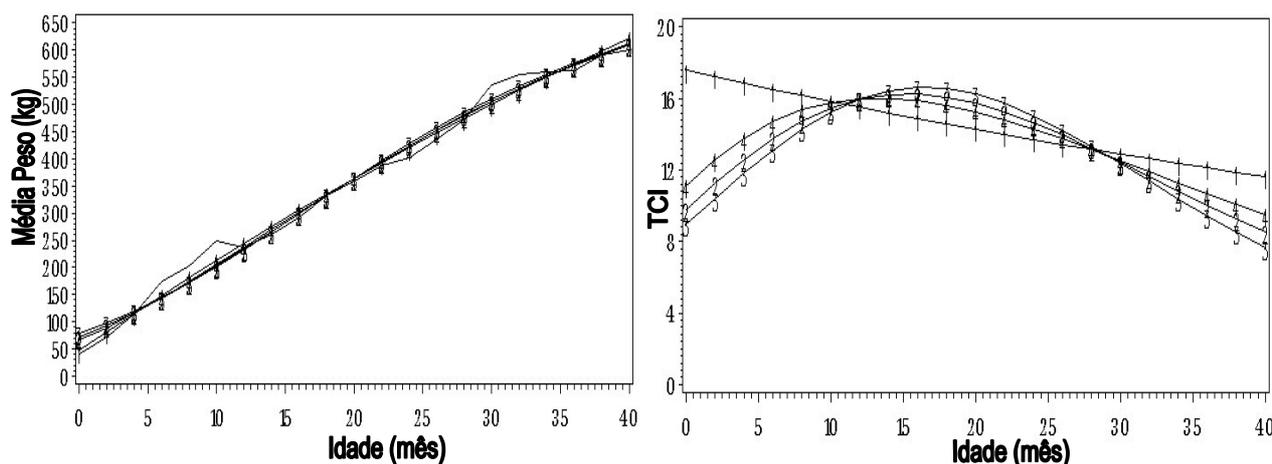


Figura 1- Estimativas de pesos, em kg (esquerda) e Taxas de Crescimento Instantânea (TCI, kg/Mês), em função da idade, em mês, de bovinos machos Canchim, obtidas dos modelos: $y_1=A(1-be^{-kt})$; $y_2 =A \exp(-be^{-kt})$; $y_3=A/(1+\exp(-kt))^m$ e $y_4=A(1-be^{-kt})^3$. Os índices dos gráficos e os dos modelos são correspondentes.

Parece existir tendência dos modelos ajustados superestimarem os pesos iniciais, pois nos estudos de crescimento de bovinos (Brown et al, 1976). Através de análise mais detalhada da Figura 1 (direita), verificou-se que os modelos superestimaram os pesos até os dois meses de idade; dos 23 aos 28 e dos 30 aos 34 meses de idade e subestimaram dos 6 aos 12 meses. Aos 40 meses de idade, os pesos estimados, em kg, foram 622,4; 610,0; 609,9 e 613,9 para Brody, Gompertz (Tabelas 1 e 2: 2a e 2b), Logístico $y= y=A/(1+e^{-kt})^m$ e Von Bertalanffy, respectivamente, os quais superestimaram o valor observado (600,2 kg).

Quanto à taxa TCI, em kg/mês, verifica-se que do nascimento até o 40^o mês, os valores variaram de 17,5 a 11,6 kg; 9,8 a 8,5 kg; 9,0 a 7,6 kg e 11,1 a 9,5 para y_1 a y_4 , respectivamente. Excetuando-se o modelo Brody (y_1) que não apresenta ponto de inflexão (PI), os valores de PI foram: 16,2 kg (16^o mês), 16,6 kg

(16^o mês) e 16,0 kg (14^o mês), para Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy, respectivamente.

No intervalo do peso ao nascimento (t_i) e peso aos 40 meses de idade (t_j), a taxa de crescimento média mensal, em kg, para Brody, Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy, foi, respectivamente, 13,80; 12,99; 12,89 e 13,22. Por outro lado, a taxa de maturidade absoluta média foi, respectivamente de 0,8%; 1,7%; 1,8% e 1,5%. Considerando-se que os pesos observados, em kg, aos 40 meses de idade foram 622,4; 610,0; 609,9 e 613,9 para Brody, Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy, respectivamente, e os correspondentes valores assintóticos (A): 1751,90; 780,59; 731,00 e 872,90 kg, são necessários 126,8; 60,1; 56,7 e 66,0 meses de idade para se atingir o valor de A. O valor de 1,5% obtido para o modelo Von Bertalanffy, indica que a cada mês houve crescimento corporal de 1,5% relativo ao peso assintótico (872,9 kg), o que necessitaria 66,7 meses de idade para se atingir o peso à maturidade para a raça, caso o mesmo comportamento do crescimento se mantivesse após os 40 meses de idade. Considerando-se que a estimativa do peso ao nascimento é de 46,6 kg, significa que o crescimento pós-nascimento é de 826,3 kg, o que requer crescimento médio de 12,4 kg/mês. Elias (1998), no ajuste de dados de pesos de fêmeas Nelore, Guzerá e Gir, verificou que o modelos Brody, Logístico, Von Bertalanffy, Gompertz e Richards apresentaram bom ajuste aos dados; no entanto, o Brody foi o mais adequado. Segundo Paz (2002), no ajuste dos modelos Brody, Von Bertalanffy, Richards, Gompertz e Logístico à dados de pesos ao nascimento, ao desmame e mensais dos 8 aos 19 meses de idade de 11 classes de genótipos e três grupos genéticos de bovinos Canchim, o último foi o mais indicado.

4. CONCLUSÕES

Os dois modelos Gompertz: $y = y_0 \cdot \exp[(L/K)(1 - e^{-kt})]$ e $y = A \cdot \exp(-be^{-kt})$, foram adequados para predizer o crescimento de bovinos. De modo geral, os modelos não-lineares estudados tenderam a superestimar os pesos iniciais e finais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROWN, J.E., FITZHUGH Jr, H.A., CARTWEIGHT, T.C. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationship in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v.42, n.4, p.810-818, 1976.
- DAVIDIAN, M.; GILTINAN, D. M. Nonlinear models for repeated measurement data. 2.ed. London: Chapman Hall, 1996. 359p.
- ELIAS, A.M. Análise de curvas de crescimento de vacas das raças Nelore, Guzerá e Gir. 1998, 128fl. Tese (Mestrado em Melhoramento Animal) - ESALQ/USP, Piracicaba..
- FITZHUGH Jr, H.A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. **Journal of Animal Science**, Champaign, v.42, n.4, p.1036-1051, 1976.
- FREITAS, A. R. de; COSTA, C. N. da. Ajustamento de modelos não lineares a dados de crescimento de suínos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira.**, Brasília, v.18, n.10, p.1147-54, out., 1983.
- MANSOUR, H.; JENSEN, E. L.; JOHNSON, L. P. Analysis of covariance structure of repeated measurements in holstein conformation traits. **Journal of Dairy Science**, v.74, n.8, p.2757-2766, 1991.
- PAZ, C. C. P. Associação entre polimorfismos genéticos e parâmetros da curva de crescimento em bovinos de corte. 2002, 107fl. Tese (Doutorado em Melhoramento Animal) - ESALQ/USP, Piracicaba.
- RICHARDS, F. J. A flexible growth function for imprical use. **Journal of Experimental Botany**, v.10, n.29, p.290-300, 1959.
- SAS INSTITUTE. SAS/STAT 1999-2001 User's guide: statistics, version 8, v.2, SAS Cary, NC, USA, 1999-2001.