# EXPERIMENTOS EM RETICULADO QUADRADO COM ALGUNS TRATAMENTOS COMUNS ADICIONADOS EM CADA BLOCO

## ANÁLISE COM RECUPERAÇÃO DA INFORMAÇÃO INTERBLOCOS[1]

ANTÔNIO CARLOS DE OLIVEIRA[2]

RESUMO - Métodos de análise intrablocos e com recuperação da informação interblocos são apresentados para o caso de ensaios em reticulado quadrado, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos. Foram determinadas as expressões para as várias somas de quadrados na análise de variância, as médias de tratamentos ajustadas para blocos e a variância da estimativa de um contraste entre as médias de dois tratamentos. Para ilustrar os métodos propostos, um exemplo numérico é apresentado.

Termos para indexação: blocos incompletos, reticulado quadrado aumentado.

## EXPERIMENTS IN SQUARE LATTICE DESIGN WITH SOME COMMON TREATMENTS ADDED TO EACH BLOCK

### ANALYSIS WITH RECOVERY OF INTER-BLOCK INFORMATION

ABSTRACT - Intrablock analysis and analysis with recovery of interblock information are considered for the case in which experiments are designed in square lattices, but some common treatments are added to each block. Formulas for sums of squares in the analysis of variance, the adjusted treatment means and the variances of treatment differences were obtained. An example is given for illustration.

Index terms: incomplete block designs, augmented lattice design.

## INTRODUÇÃO

Os delineamentos em blocos incompletos são freqüentemente utilizados em experimentos agrícolas quando se deseja comparar um grande número de tratamentos. Em programas de melhoramento de plantas é comum a utilização dos chamados reticulados quadrados ("square lattices").

Há, ainda, situações onde tratamentos especiais, em geral testemunhas, são incluídos no ensaio. Kälin (1966) e Ferreira (1980) apresentam métodos de análises simplificados desses tipos de ensaios quando alguns tratamentos comuns são adicionados em todos os blocos de um delineamento em blocos incompletos balanceados (B.I.B.). Pimentel-Gomes & Viegas (1978) apresentam um método de análise intrablocos para o caso de reticulados quadrados com um tratamento comum adicionado a todos os blocos. Oliveira & Barbin (1988) consideram um método de análise intrablocos para o caso geral onde c tratamentos comuns são incluídos em todos os blocos de um reticulado quadrado, com i repetições ortogonais repetidas n vezes.

Este trabalho tem como objetivo aperfeiçoar o método de análise de experimentos em reticulado quadrado com alguns tratamentos comuns adicionados em cada bloco, proposto por Oliveira & Barbin (1988). Para se atingir esse objetivo são considerados, na estimação dos efeitos dos tratamentos regulares, tanto os contrastes entre parcelas do mesmo bloco como também os contrastes entre os vários blocos, cujos efeitos são tomados como sendo aleatórios. Nessa análise, conhecida como análise com recuperação da informação interblocos, os dados são mais bem aproveitados e as soluções (intra e interblocos combinadas) dos efeitos dos tratamentos regulares são mais precisas.

---

1 Aceito para publicação em 24 de janeiro de 1989.
Trabalho apresentado no 2º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica, Londrina, PR, junho de 1987.

2 Eng.-Agr. Dr., EMBRAPA/Centro Nacional de Pesquisa de Milho e Sorgo (CNPMS), Caixa Postal 151, CEP 35700, Sete Lagoas, MG.

## MÉTODOS

O delineamento inicial, sem a inclusão dos tratamentos comuns, caracteriza-se pelos seguintes parâmetros: k (número de parcelas por bloco), $v = k^2$ (número de tratamentos, aqui designados como "tratamentos regulares"), b (número de blocos), i (número de repetições ortogonais ou arranjos básicos), n (número de repetições do arranjo básico) e $r = ni$ (número de repetições dos tratamentos). Tem-se ainda o parâmetro $\lambda_{ss^*}$ ($s,s^* = 1, 2, \ldots v$), que é igual a n, para os tratamentos que aparecem juntos no mesmo bloco (primeiros associados), e igual a zero, para os tratamentos que não aparecem juntos no mesmo bloco (segundos associados).

O delineamento resultante da inclusão de c tratamentos comuns em cada bloco do experimento tem os seguintes parâmetros: $k' = k + c$ (número de parcelas por bloco), $v' = v + c$ (número total de tratamentos), $b' = b$ (número de blocos), $i' = i$ (número de arranjos básicos), $n' = n$ (número de repetições do arranjo básico), r' (número de repetições dos tratamentos) e $\lambda_{uu'}$ (número de blocos onde os tratamentos u e u' ocorrem juntos). Verifica-se que $r' = r$, para os tratamentos regulares; $r' = b$, para os tratamentos comuns; $\lambda_{uu'} = \lambda_{ss^*}$, para os tratamentos regulares s e s*; $\lambda_{uu'} = b$, para dois tratamentos comuns e $\lambda_{uu'} = r$, para um tratamento regular e outro comum.

Supõe-se, aqui, o mesmo modelo matemático adotado por Oliveira & Barbin (1988), mas o efeito de blocos é considerado uma variável aleatória com média zero e variância $\sigma_b^2$.

Sabe-se, da análise intrablocos (Oliveira & Barbin 1988), que

$$r(k'-1)\hat{t}_s - nS_1(\hat{t}_s) - r\sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} = k'Q_{s'}, \qquad (1)$$

e que

$$\hat{t}_{s'} = \frac{1}{b} Q_{s'}, \qquad (2)$$

onde $\hat{t}_s$ é a solução intrablocos para o efeito do s-ésimo tratamento regular ($s = 1, 2, \ldots v$), $\hat{t}_{s'}$ é a solução para o efeito do s'-ésimo tratamento comum ($s' = 1, 2, \ldots c$), $S_1(\hat{t}_s)$ é a soma dos $\hat{t}$'s dos tratamentos primeiros associados do s-ésimo tratamento, e $Q_s$ e $Q_{s'}$, são definidos como:

$$Q_s = T_s - \frac{1}{k'} A_s \; ; \; Q_{s'} = T_{s'} - \frac{G}{k'}, \qquad (3)$$

sendo $T_s$ o total das parcelas que contêm o s-ésimo tratamento regular, $A_s$ o total dos blocos que contêm o s-ésimo tratamento regular, $T_{s'}$, o total das parcelas que contêm o s'-ésimo tratamento comum e G o total geral.

Por outro lado, pode-se demonstrar que na análise interblocos tem-se:

$$r\overset{*}{t}_s + nS_1(\overset{*}{t}_s) + r\sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} = k'\overset{*}{Q}_s, \qquad (4)$$

onde $\overset{*}{t}_s$ é a solução interblocos para o efeito do s-ésimo tratamento regular, $s_1(\overset{*}{t}_s)$ é a soma dos $\overset{*}{t}$'s dos tratamentos primeiros associados do s-ésimo tratamento, e

$$\overset{*}{Q}_s = \frac{1}{k'} A_s - \frac{r}{bk'} G \qquad (5)$$

Substituindo-se $\hat{t}_{s'}$ em (1) e (4), pela expressão dada em (2), obtêm-se as equações:

$$k'Q_s + \frac{r}{b} \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = r(k'-1)\hat{t}_s - nS_1(\hat{t}_s) \qquad (6)$$

$$k'\overset{*}{Q}_s - \frac{r}{b} \sum_{s'=1}^{c} Q_{s'} = r\overset{*}{t}_s + nS_1(\overset{*}{t}_s) \qquad (7)$$

Se $\sigma$ e $\sigma_1$ são os desvios padrões para as comparações intra e interblocos, respectivamente, demonstra-se que as equações combinadas para a obtenção de soluções para os efeitos dos tratamentos regulares, denotados aqui de $\tilde{t}_s$, dependem de $wQ_s + w'\overset{*}{Q}_s$, onde

$$w = \frac{1}{\sigma^2} \qquad (8)$$

$$w' = \frac{1}{\sigma_1^2} = \frac{1}{\sigma^2 + k'\sigma_b^2} \qquad (9)$$

Assim, tomando-se $wQ_s + w'\overset{*}{Q}_s = P_s$, resulta que

$$k'P_s + \frac{r(w-w')}{b} \sum_{s'=1}^{c} \overset{*}{Q}_s = r[(k'-1)w + w']\tilde{t}_s - n(w-w')S_1(\tilde{t}_s) \qquad (10)$$

Comparando-se (10) com (6) verifica-se que $\tilde{t}_s$, pode ser obtido através da correspondente expressão de $\hat{t}_s$, substituindo-se $Q_s$ por $P_s$, r/b por r(w - w')/b, r(k' - 1) por r[(k' - 1)w + w'] e n por (w - w')n. Considerando-se esse procedimento no resultado obtido por Oliveira & Barbin (1988), obtém-se finalmente a solução combinada (intra e interblocos) para os efeitos dos tratamentos regulares.

## RESULTADOS

### Soluções para os efeitos de tratamentos e médias ajustadas

A expressão obtida para o efeito combinado (intra e interblocos) do s-ésimo tratamento regular é

$$\tilde{t}_s = \frac{k'}{r[(k'-1)w + w']\Delta'} \left\{ \begin{array}{l} [\Delta' - (w-w')B']P_s + (w-w')(A'-B')S_1(P_s) - \\ - \frac{(w-w')}{kk'}(\Delta' - wk'B') \sum_{s=1}^{v} Q_s \end{array} \right\} \quad (11)$$

$s = 1, 2, \ldots v$, onde

$$\begin{aligned} A' &= w'n^2ik' + (w - w')A, \\ B' &= (w - w')B, \\ \Delta' &= w[w'r^2k'^2 + (w - w')\Delta], \end{aligned} \quad (12)$$

sendo A, B e $\Delta$ os mesmos parâmetros usados na análise intrablocos proposta por Oliveira & Barbin (1988), ou seja,

$$\begin{aligned} A &= n^2i(c + i - 1), \\ B &= -n^2i(k - i), \\ \Delta &= n^2ik'(ik' - k). \end{aligned} \quad (13)$$

Pode-se observar que os valores de A, B e $\Delta$ dependem apenas dos parâmetros do delineamento utilizado. Para os reticulados quadrados mais usuais, esses valores podem ser obtidos mais facilmente através da Tabela 1.

Considerando-se $w' = 0$ em (11) e (12) obtém-se a estimativa intrablocos ($\hat{t}_s$), dada por Oliveira & Barbin (1988). Considerando-se $w = 0$, obtém-se a estimativa interblocos ($\overset{*}{t}_s$), se ela existe, e tomando-se $w = w'$, obtém-se o efeito estimado do tratamento regular não ajustado para blocos.

A solução para o efeito do s'-ésimo tratamento comum, na análise com recuperação da informação interblocos, não difere da obtida na análise intrablocos, ou seja,

$$\tilde{t}_{s'} = \hat{t}_{s'} = \frac{1}{b} Q_{s'}, \; s' = 1,2, \ldots c \quad (14)$$

As estimativas das médias dos tratamentos, ajustadas para blocos, são obtidas de:

$$\tilde{m}_s = \hat{m} + \tilde{t}_s = G/(bk') + \tilde{t}_s, \; s = 1, \ldots v, \quad (15)$$

para os tratamentos regulares, e

$$\tilde{m}_{s'} = \hat{m}_{s'} = \hat{m} + t_{s'} = \frac{1}{b} Ts', s' = 1,2, \ldots c, \quad (16)$$

para os tratamentos comuns.

### Variâncias das estimativas dos contrastes entre duas médias

São considerados quatro casos:

i) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares primeiros associados (ocorrem juntos no mesmo bloco).

$$Var(\tilde{m}_s - \tilde{m}_{s*}) = \frac{2k'[\Delta' - (w - w')A']}{r[(k' - 1)w + w']\Delta'} \quad (17)$$

**TABELA 1. Parâmetros A, B e $\Delta$ para alguns tipos de reticulados quadrados com $k^2$ tratamentos regulares e c tratamentos comuns adicionados aos blocos.**

| Tipo de reticulado | Parâmetros A | Parâmetros B | Parâmetros $\Delta$ |
|---|---|---|---|
| Simples (duplo) | 2c + 2 | 4 - 2k | $4c^2 + 6kc + 2k^2$ |
| Triplo | 3c + 6 | 9 - 3k | $9c^2 + 15kc + 6k^2$ |
| Quádruplo | 4c + 12 | 16 - 4k | $16c^2 + 28kc + 12k^2$ |
| Simples duplicado | 8c + 8 | 16 - 8k | $16c^2 + 24kc + 8k^2$ |
| Quíntuplo | 5c + 20 | 25 - 5k | $28c^2 + 45kc + 20k^2$ |

ii) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares segundos associados (não ocorrem juntos em nenhum bloco).

$$\mathrm{Var}(\tilde{m}_s - \tilde{m}_{s^*}) = \frac{2k'[\Delta' - (w - w')B']}{r[(k' - 1)w + w']\Delta'} \tag{18}$$

iii) Contraste entre médias de um tratamento regular e outro comum

$$\mathrm{Var}(\tilde{m}_s - \tilde{m}_{s'}) = \frac{k'}{b[(k' - 1)w + w']w}[w + \frac{k'kw - 2(w - w')}{k'} - (w - w')w(k - 1)\frac{B'}{\Delta'}] \tag{19}$$

iv) Contraste entre dois tratamentos comuns

$$\mathrm{Var}(\tilde{m}_{s'} - \tilde{m}_{s'^*}) = \frac{2}{wb} \tag{20}$$

Pode-se, ainda, combinar as variâncias de (i) e (ii) de forma a se obter uma variância média para os dois tipos de contrastes dos tratamentos regulares. Obém-se assim:

$$\overline{\mathrm{Var}}(\tilde{m}_s - \tilde{m}_{s^*}) = \frac{2k'}{r[(k' - 1)w + w'}\{1 - \frac{(w - w')[(k + 1)B' + (A' - B')i]}{\Delta'(k + 1)}\} \tag{21}$$

Fazendo-se uma analogia com o procedimento de Cochran & Cox (1957) para os reticulados quadrados clássicos, a quantidade,

$$E_r = \frac{k'}{(k' - 1)w + w'}\{1 - \frac{(w - w')[(k + 1)B' + (\Lambda' - B')i]}{\Delta'(k + 1)}\}, \tag{22}$$

pode ser definida aqui como sendo a variância do resíduo efetivo para as comparações entre tratamentos regulares.

## Teste de significância

Os testes de significância para os efeitos de tratamentos, na análise intrablocos, são feitos de maneira usual, isto é, através do teste F, que é exato. Já para o caso da análise com recuperação da informação interblocos, não há um teste exato para testar os efeitos dos tratamentos regulares. O teste F, nesse caso, é apenas aproximado, e pode ser definido como $F = (\mathrm{QMTreg.\ aj.})/E_r$ com $v - 1$ e $bk' - b - v' + 1$ graus de liberdade, onde QMTreg. aj. é obtido a partir das médias dos tratamentos regulares ajustadas, ou seja,

$$\mathrm{QMTreg.\ aj.} = \frac{r}{v - 1}[\sum_{s=1}^{v}\tilde{m}_s^2 - \frac{(\sum_{s=1}^{v}\tilde{m}_s)^2}{v}] \tag{23}$$

## Reticulados quadrados balanceados

Quando $i = k + 1$, o reticulado quadrado passa a ser um delineamento balanceado. Nesse caso, o efeito combinado (intra e interblocos) do s-ésimo tratamento regular é obtido através de

$$\tilde{t}_s = \frac{k'}{w'rk' + (w - w')(nv + rc)}[P_s - \frac{(w - w')(r^2 - nb)}{brk'}\sum_{s=1}^{v}Q_s]. \tag{24}$$

Em reticulados balanceados, as repetições ortogonais, em geral, não são repetidas $(n = 1)$. Nesse caso, $\tilde{t}_s$ tem a expressão

$$\tilde{t}_s = \frac{k'}{w'rk' + (w - w')(v + rc)}[P_s - \frac{(w - w')}{bk'}(r - k)\sum_{s=1}^{v}Q_s]. \tag{25}$$

As variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias são

$$\mathrm{Var}(\tilde{m}_s - \tilde{m}_{s^*}) = \frac{2k'}{w(nv + rc) + (r - n)w'}, \tag{26}$$

para dois tratamentos regulares, e

$$\mathrm{Var}(\tilde{m}_s - \tilde{m}_{s'}) = \frac{k'}{wrc} + \frac{c - 1}{wbc} + \frac{(v - 1)k'}{v[(nv + rc)w + (r - n)w']} \tag{27}$$

para um tratamento regular e outro comum.

## Estimação de w e w'

As quantidades w e w' não são conhecidas, devendo ser estimadas a partir dos dados experimentais. Isso pode ser feito aproveitando-se a análise intrablocos, mas ajustando-se blocos em vez de tratamentos. Assim, a partir da análise intrablocos, cujo esquema está na Tabela 2, obtém-se a análise de variância da Tabela 3.

**TABELA 2. Esquema da análise de variância intrablocos de um ensaio em reticulado quadrado com $k^2$ tratamentos regulares e c tratamentos comuns.**

| Causas de variação | Graus de liberdade | Somas de quadrados | Quadrados médios |
|---|---|---|---|
| Tratamentos (ajustados) | v' - 1 | SQTrat. aj. | $\frac{\text{SQTrat. aj.}}{v' - 1}$ |
| Tratamentos regulares (ajustados) | v - 1 | SQTreg. aj. | $\frac{\text{SQTreg. aj.}}{v - 1}$ |
| Tratamentos comuns | c - 1 | SQTcom. | $\frac{\text{SQTcom.}}{c - 1}$ |
| Tipos de tratamentos | 1 | SQTipos | SQTipos |
| Repetições | r - 1 | SQRep. | |
| Blocos de repetições (não ajustados) | r(k - 1) | SQBd. | |
| Resíduo | bk' - b - v' + 1 | SQResíduo | $\frac{\text{SQResíduo}}{bk' - b - v' + 1}$ |
| Total | bk' - 1 | SQTotal | |

**TABELA 3. Tabela auxiliar para a análise de variância com recuperação da informação interblocos.**

| Causas de variação | Graus de liberdade | Somas de quadrados | Esperanças das somas de quadrados |
|---|---|---|---|
| Tratamentos (não ajustados) | v' - 1 | $\frac{1}{r}\sum_{s=1}^{v} T_s^2 + \frac{1}{b}\sum_{s'=1}^{b} T_{s'}^2 - \frac{G^2}{bk'}$ | |
| Repetições | r - 1 | (da Tabela 2) | |
| Blocos d. repetições (ajust.) | b - r | (por subtração) | $(b - r)\sigma^2 + (bk' - v' - rk' + k')\sigma_b^2$ |
| Resíduo | bk' - b - v' + 1 | (da Tabela 2) | $(bk' - b - v' + 1)\sigma^2$ |
| Total | bk' - 1 | (da Tabela 2) | |

As expressões para as somas de quadrados da Tabela 2, obtidas conforme Oliveira & Barbin (1988), são:

$$\text{SQTrat. aj.} = \sum_{s=1}^{v} \hat{t}_s Q_s + \sum_{s'=1}^{c} \hat{t}_{s'} Q_{s'} \; ; \qquad (28)$$

$$\text{SQTreg. aj.} = \frac{k'}{r(k' - 1)\Delta}\{(\Delta - B)\sum_{s=1}^{v} Q_s^2 + (A - B)\sum_{s=1}^{v} Q_s S_1(Q_s) - \frac{1}{k}\frac{\Delta(k + k' - 1)}{kk'} - B\}(\sum_{s=1}^{v} Q_s)^2; \qquad (29)$$

$$\text{SQTcom.} = \frac{1}{b}\sum_{s'=1}^{c} T_{s'}^2 - \frac{1}{bc}(\sum_{s'=1}^{c} T_{s'})^2 - \frac{1}{b}\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'}^2 - \frac{1}{bc}(\sum_{s'=1}^{c} Q_{s'})^2 \; ; \qquad (30)$$

$$\text{SQTipos} = \frac{1}{bk}(\sum_{s=1}^{v} T_s)^2 + \frac{1}{bc}(\sum_{s'=1}^{c} T_{s'})^2 - \frac{G^2}{bk'} = \frac{k'}{rvc}(\sum_{s=1}^{v} Q_s)^2 \qquad (31)$$

As demais somas de quadrados da análise de variância são calculadas de maneira usual, ou seja:

$$SQRep. = \frac{1}{kk'}\sum_{j=1}^{r} R_j^2 - \frac{G^2}{bk'}; \; SQBd. = \frac{1}{k'}\sum_{h=1}^{b} B_h^2 - \frac{1}{kk'}\sum_{j=1}^{r} R_j^2;$$

$$SQTotal = \sum_{u,h} Y_{uh}^2 - \frac{G^2}{bk'}; \; SQResíduo = SQTotal - SQTrat.aj. - SQRep. - SQBd.;$$

onde $Y_{uh}$ é a observação do u-ésimo tratamento no h-ésimo bloco (u = 1,2, . . . v'; h = 1,2, . . . b), $R_j$ é o total da j-ésima repetição (j = 1,2, . . . r) e $B_h$ é o total do h-ésimo bloco.

As estimativas de $\sigma^2$ e $\sigma_b^2$, da Tabela 3, são obtidas igualando-se os quadrados médios do resíduo ($V_r$) e de blocos dentro de repetições ajustados ($V_b$) às suas respectivas esperanças matemáticas. Finalmente, com base em (8) e (9), obtêm-se as estimativas de w e w'. Assim,

$$\hat{w} = \frac{1}{V_r}; \; \hat{w}' = \frac{k'(b - r + 1) - v'}{k'(b - r) V_b - (v' - k') V_r} \quad (32)$$

**Exemplo numérico**

Para ilustrar o método de análise proposto, considera-se um experimento com 9 tratamentos regulares em reticulado quadrado duplo, mais dois tratamentos comuns (A e B) adicionados aos blocos. Os dados (fictícios) obtidos de Oliveira & Barbin (1988) são apresentados na Tabela 4.

Os parâmetros do reticulado quadrado são:

$k = 3, \; v = k^2 = 9, \; b = 6, \; i = 2, \; n = 1, \; r = ni = 2$

Com a inclusão dos c = 2 tratamentos comuns, em cada bloco do ensaio, tem-se que: $v' = v + c = 11$ e $k' = k + c = 5$.

**i) Análise intrablocos**

A análise de variância intrablocos pode ser desenvolvida com o auxílio da Tabela 5. Nessa tabela, $Q_s$(s = 1,2, . . . 9) e $Q_{s'}$(s' = 1,2)

**TABELA 4. Dados de um experimento fictício para exemplificar a utilização do método proposto. (Os números entre parênteses indicam os tratamentos regulares e as letras, os comuns).**

| | | | | | | | | | | Totais dos blocos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1ª Repetição | | | | | | |
| (1) | 2,0 | (2) | 3,0 | (3) | 2,2 | (A) | 3,0 | (B) | 3,2 | 13,4 |
| (4) | 3,9 | (5) | 2,3 | (6) | 2,5 | (A) | 2,8 | (B) | 2,6 | 14,1 |
| (7) | 1,4 | (8) | 1,7 | (9) | 1,6 | (A) | 2,0 | (B) | 2,2 | 8,9 |
| Total da repetição | | | | | | | | | | 36,4 |
| | | | | 2ª Repetição | | | | | | |
| (1) | 3,0 | (4) | 4,4 | (7) | 3,7 | (A) | 3,0 | (B) | 3,2 | 17,3 |
| (2) | 1,8 | (5) | 1,9 | (8) | 2,0 | (A) | 3,2 | (B) | 2,8 | 11,7 |
| (3) | 1,7 | (6) | 2,9 | (9) | 1,4 | (A) | 2,5 | (B) | 2,0 | 10,5 |
| Total da repetição | | | | | | | | | | 39,5 |

**TABELA 5. Tabela auxiliar para a análise de variância intrablocos do experimento fictício.**

| Tratamentos regulares | $T_S$ | $A_S$ | $Q_S$ | $Q_S^2$ | $S_1(Q_S)$ | $Q_S S_1(Q_S)$ | $\hat{t}_S$ | $\hat{m}_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5,0 | 30,7 | -1,1400 | 1,2996 | 0,7800 | -0,8892 | -0,5752 | 1,9548 |
| 2 | 4,8 | 25,1 | -0,2200 | 0,0484 | -3,4000 | 0,7480 | -0,2824 | 2,2476 |
| 3 | 3,9 | 23,9 | -0,8800 | 0,7744 | -1,7600 | 1,5488 | -0,5895 | 1,9405 |
| 4 | 8,3 | 31,4 | 2,0200 | 4,0804 | -1,7600 | -3,5552 | 1,2747 | 3,8047 |
| 5 | 4,2 | 25,8 | -0,9600 | 0,9216 | 1,8600 | -1,7856 | -0,3824 | 2,1476 |
| 6 | 5,4 | 24,6 | 0,4800 | 0,2304 | -0,7000 | -0,3360 | 0,3605 | 2,8905 |
| 7 | 5,1 | 26,2 | -0,1400 | 0,0196 | -0,4200 | 0,0588 | -0,0181 | 2,5119 |
| 8 | 3,7 | 20,6 | -0,4200 | 0,1764 | -2,2000 | 0,9240 | -0,3252 | 2,2048 |
| 9 | 3,0 | 19,4 | -0,8800 | 0,7744 | -0,9600 | 0,8448 | -0,5324 | 1,9976 |
| $\sum_{s=1}^{v}$ | 43,4 | | -2,1400 | 8,3252 | | -2,4416 | | |
| Tratamentos comuns | $T_{S'}$ | G | $Q_{S'}$ | $Q_{S'}^2$ | | | $\hat{t}_{S'}$ | $\hat{m}_{S'}$ |
| A | 16,5 | 75,9 | 1,3200 | 1,7424 | | | 0,2200 | 2,7500 |
| B | 16,0 | 75,9 | 0,8200 | 0,6724 | | | 0,1367 | 2,6667 |
| $\sum_{s'=1}^{v}$ | 32,5 | | 2,1400 | 2,4148 | | | | |

são determinados conforme (3), e $S_1(Q_S)$ representa a soma dos Q's dos tratamentos regulares primeiros associados do s-ésimo tratamento. Por exemplo, para s = 1, tem-se

$$S_1(Q_1) = Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_7 = 0{,}7800.$$

As quantidades A, B e Δ, obtidas conforme (13), são:

$$A = n^2 i(c+i-1) = 6;$$
$$B = -n^2 i(k-i) = -2;$$
$$\Delta = n^2 ik'(ik'-k) = 70.$$

Conhecidos os parâmetros do delineamento e os valores de $Q_S$, $Q_{S'}$, A, B e Δ, obtêm-se as soluções intrablocos $\hat{t}_S$ e $\hat{t}_{S'}$. A expressão de $\hat{t}_S$ é dada por (11) tomando-se w' = 0, e a de $\hat{t}_{S'}$ é dada por (14). Logo,

$$\hat{t}_S = \frac{1}{14}[9Q_S + S_1(Q_S) + 1{,}426667],\ s = 1,2,\dots 9,\ \text{e}$$

$$\hat{t}_{S'} = \frac{1}{6} Q_{S'},\ s' = 1,2.$$

As médias dos tratamentos regulares, ajustadas para blocos, são obtidas por

$$\hat{m}_{S'} = \hat{t}_S + \frac{1}{bk'} G = \hat{t}_S + 2{,}53,\ s = 1,2,\dots 9$$

e as médias dos tratamentos comuns por

$$\hat{m}_{S'} = \hat{t}_{S'} + \frac{1}{bk'} G = \frac{T_{S'}}{b} = \frac{T_{S'}}{6},\ s' = 1,2.$$

A análise de variância intrablocos segue o esquema da Tabela 2, e está apresentada na Tabela 6. As quantidades necessárias para a determinação das várias somas de quadrados são obtidas nas Tabelas 4 e 5.

Tomando-se w' = 0 e substituindo-se w por $1/V_r$ em (17), (18), (19), (20) e (21), obtêm-se as estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos. Logo, tem-se:

$$\hat{V}ar(\hat{m}_S - \hat{m}_{S*}) = V_1 = \frac{2k'V_r}{r(k'-1)}\left(1 - \frac{A}{\Delta}\right) = \frac{10(0{,}1604)}{8}\left(1 - \frac{6}{70}\right) = 0{,}1833,$$

**TABELA 6. Análise da variância intrablocos de um experimento fictício.**

| Causas da variação | Graus de liberdade | Somas de quadrados | Quadrados médios | F |
|---|---|---|---|---|
| Repetições | 1 | 0,3203 | 0,3203 | |
| Blocos d. repetições | 4 | 8,4547 | 2,1137 | |
| Tratamentos (ajustados) | 10 | 5,3619 | 0,5362 | 3,34* |
| Tipos de tratamentos | 1 | 0,6361 | 0,6361 | 3,96 |
| Tratamentos regulares (ajustados) | 8 | 4,7050 | 0,5881 | 3,66* |
| Tratamentos comuns | 1 | 0,0208 | 0,0208 | 1,00 |
| Resíduo | 14 | 2,2461 | 0,1604 | |
| Total | 29 | 21,7449 | | |

* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

para dois tratamentos regulares primeiros associados;

$$\hat{V}ar(\hat{m}_S - \hat{m}_{S^*}) = V_2 = \frac{2k'V_r}{r(k'-1)}(1 - \frac{B}{\Delta}) = \frac{10(0,1604)}{8}(1 + \frac{2}{70}) = 0,2062,$$

para dois tratamentos regulares segundos associados;

$$\hat{V}ar(\hat{m}_s - \hat{m}_{s'}) = V_3 = \frac{k'V_r}{b(k'-1)}[1 + \frac{kk'-2}{k'} - \frac{(k-1)B}{\Delta}] = \frac{5(0,1604)}{24}(1 + \frac{186}{70}) = 0,1222,$$

para um tratamento regular e outro comum;

$$\hat{V}ar(\hat{m}_{S'} - \hat{m}_{S'^*}) = V_4 = \frac{2V_r}{b} = \frac{2(0,1604)}{b} = 0,0535,$$

para dois tratamentos comuns.

Para o reticulado quadrado clássico (sem os tratamentos comuns), as estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre médias de dois tratamentos regulares, considerando-se o mesmo $V_r$ do novo delineamento, são:

$$\hat{V}ar(\hat{m}_S - \hat{m}_{S^*}) = V_1' = \frac{2V_r}{r}(1 + \frac{1}{k}) = \frac{2(0.1604)}{2}(1 + \frac{1}{3}) = 0,2139,$$

para os primeiros associados, e

$$\hat{V}ar(\hat{m}_S - \hat{m}_{S^*}) = V_2' = \frac{2V_r}{r}[1 + \frac{i}{k(i-1)}] = \frac{2(0,1604)}{2}(1 + \frac{2}{3}) = 0,2673$$

para os segundos associados. Logo, as razões entre essas variâncias, considerando-se os dois tipos de delineamentos, são:

$$R_1 = \frac{V_1'}{V_1} = \frac{0,2139}{0,1833} = 1,1669,$$

para os primeiros associados, e

$$R_2 = \frac{V_2'}{V_2} = \frac{0,2673}{0,2062} = 1,2963,$$

para os segundos associados.

Assim, a inclusão dos tratamentos comuns, em cada bloco do ensaio, proporcionou um aumento de 16,69% na precisão das comparações entre médias de dois tratamentos regulares primeiros associados, e de 29,63% para as comparações entre segundos associados.

**ii) Análise com recuperação da informação interblocos**

Para se proceder à análise com recuperação da informação interblocos é necessário estimar w e w'. Isto pode ser feito com o auxílio da Tabela 7, que corresponde à Tabela 3.

O quadrado médio do resíduo é $V_r = 0,1604$ e o quadrado médio de blocos dentro de repetições, ajustado, é $V_b = 2,3360$. Portanto, por (32), tem-se:

**TABELA 7. Tabela auxiliar para a análise de variância com recuperação da informação interblocos.**

| Causas de variação | Graus de liberdade | Somas de quadrados | Esperanças das somas de quadrados |
|---|---|---|---|
| Tratamentos (não ajustados) | 10 | 9,8347 | |
| Repetições | 1 | 0,3203 | |
| Blocos d. repetições (ajustados) | 4 | 9,3438 | $4\sigma^2 + 14\sigma_b^2$ |
| Resíduo | 14 | 2,2461 | $14\sigma^2$ |
| Total | 29 | 21,7449 | |

$$\hat{w} = \frac{1}{V_r} = \frac{1}{0{,}1604} = 6{,}2344\,;$$

$$\hat{w}' = \frac{k'(b-r+1)-v'}{k'(b-r)V_b-(v'-k')V_r} = \frac{5(5)-11}{5(4)(2{,}3360)-6(0{,}1604)} = 0{,}3060$$

Na Tabela 8, a quantidade $P_S$, usada na determinação das soluções combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares é $P_S = 6{,}2344Q_S + 0{,}3060\overset{*}{Q}_S$, onde $\overset{*}{Q}_S$ é dado em (5), e $S_1(P_S)$ representa a soma dos P's dos tratamentos regulares primeiros associados do s-ésimo tratamento.

Os valores de A', B' e Δ', obtidos conforme (12), são A' = 38,6303; B' = -11,8569 e Δ' = 2777,9787.

Com as informações anteriores, e usando-se a expressão em (11), onde w e w' são substituídos por $\hat{w}$ e $\hat{w}'$, respectivamente, obtêm-se as soluções combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares, que são dadas por

$$\tilde{\tau}_S = \frac{1}{93{,}716802}[9{,}516088P_S + S_1(P_S) + 8{,}894431]\ ,s=1,2,\ldots 9.$$

Os valores de $\tilde{t}_S$ (s = 1,2, . . . 9), assim como a média ajustada para cada tratamento regular, obtida pela adição de $\tilde{t}_S$ à média geral, são apresentados na Tabela 8.

As estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos são obtidas substituindo-se w e w' por $\hat{w}$ e $\hat{w}'$, respectivamente, nas expressões (17), (18), (19) e (20). Isso resulta em

$\hat{V}ar(\tilde{m}_S - \tilde{m}_{S^*}) = V_5 = 0{,}1817$, para dois tratamentos regulares primeiros associados;

**TABELA 8. Valores de $\overset{*}{Q}_S$, $P_S$, $S_1(P_S)$, soluções combinadas (intra e interblocos) dos efeitos e médias ajustadas dos tratamentos regulares.**

| Tratamentos regulares | $\overset{*}{Q}_S$ | $P_S$ | $S_1(P_S)$ | $\tilde{t}_S$ | $\tilde{m}_S$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,0800 | -6,7768 | 5,1933 | -0,5378 | 1,9922 |
| 2 | -0,0400 | -1,3838 | -21,2093 | -0,2719 | 2,2581 |
| 3 | -0,2800 | -5,5720 | -11,0582 | -0,5889 | 1,9411 |
| 4 | 1,2200 | 12,9668 | -10,5992 | 1,2985 | 3,8285 |
| 5 | 0,1000 | -5,9544 | 11,6266 | -0,3856 | 2,1444 |
| 6 | -0,1400 | 2,9497 | -4,4069 | 0,3474 | 2,8774 |
| 7 | 0,1800 | -0,8177 | -2,5634 | -0,0155 | 2,5145 |
| 8 | -0,9400 | -2,9061 | -14,0032 | -0,3496 | 2,1804 |
| 9 | -1,1800 | -5,8473 | -6,3461 | -0,5665 | 1,9635 |

$\hat{V}ar(\tilde{m}_S - \tilde{m}_{S^*}) = V_6 = 0{,}2031$, para dois tratamentos regulares segundos associados;

$\hat{V}ar(\tilde{m}_S - \tilde{m}_{S'}) = V_7 = 0{,}1212$, para um tratamento regular e outro comum;

$\hat{V}ar(\tilde{m}_{S'} - \tilde{m}_{S'^*}) = V_8 = 0{,}0535$, para dois tratamentos comuns.

Pode-se verificar que a utilização do reticulado quadrado, com os tratamentos A e B adicionados aos blocos, no caso da análise com recuperação da informação interblocos, proporcionou um aumento de 17,72% ($V'_1/V_5$) na precisão das comparações entre médias de dois tratamentos regulares primeiros associados, e de 31,61% ($V'_2/V_6$) para as comparações entre segundos associados. Além disso, para um dado tratamento regular, a sua comparação com um tratamento comum foi 49,92% ($V_5/V_7$) mais precisa do que com um outro tratamento regular seu primeiro associado, e 67,57% ($V_6/V_7$) mais precisa do que com um segundo associado. Esses resultados conduzem a um aumento substancial do poder discriminativo do teste de comparação dos tratamentos em estudo.

Um teste de significância aproximado, para as comparações entre tratamentos regulares, pode ser feito através do teste F, onde $F = (\text{QMTreg. aj.})/E_T$, com 8 e 14 graus de liberdade. Baseando-se em (22) e (23) tem-se que $E_T = 0{,}1924$ e QMTreg. aj. = 0,7454; logo, F = 3,87, que é significativo ao nível de 5% de probabilidade.

## REFERÊNCIAS

COCHRAN, W.G. & COX, G.M. **Experimental designs.** Nova York, John Wiley, 1957. 611p.

FERREIRA, J.G. **Análise intrablocos de um experimento em blocos incompletos equilibrados, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos.** Piracicaba, ESALQ/USP, 1980. 57p. Tese Mestrado.

KÄLIN, A. Versuchsanordnungen in unvollständigen Blöcken mit zusätzlichen kontrollbehandlungen in jeden Block. **Metrika, 10**:182-218, 1966.

OLIVEIRA, A.C. & BARBIN, D. Experimentos em reticulado quadrado com alguns tratamentos comuns adicionados em cada bloco: análise intrablocos. **Pesq. agropec. bras.,** Brasília, **23**(7):717-23, 1988.

PIMENTEL-GOMES, F. & VIEGAS, G.P. Experiments in square lattice with a common treatment in all blocks. **R. Agric., 53**:35-43, 1978.