

EXPERIMENTOS EM RETICULADO QUADRADO COM ALGUNS TRATAMENTOS
COMUNS ADICIONADOS EM CADA BLOCO - ANÁLISE
COM RECUPERAÇÃO DA INFORMAÇÃO INTERBLOCOS

ANTÔNIO CARLOS DE OLIVEIRA⁽¹⁾

RESUMO-Métodos de análise intrablocos e com recuperação da informação interblocos são apresentados para o caso de ensaios em reticulado quadrado, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos. Foram determinadas as expressões para as várias somas de quadrados na análise de variância, as médias de tratamentos ajustadas para blocos e a variância da estimativa de um contraste entre as médias de dois tratamentos. Para ilustrar os métodos propostos um exemplo numérico é apresentado.

0789
(1) Centro Nacional de Pesquisa de Milho e Sorgo-EMBRAPA. Caixa Postal 151 -
35700 - Sete Lagoas-MG.

INTRODUÇÃO

Os delineamentos em blocos incompletos são frequentemente utilizados em experimentos agrícolas quando se deseja comparar um grande número de tratamentos. Em programas de melhoramento de plantas é comum a utilização dos chamados reticulados quadrados ("square lattices").

Há ainda situações onde tratamentos especiais, em geral testemunhas, são incluídos no ensaio. Kálin (1966) e Ferreira (1980) apresentam métodos de análises simplificados desses tipos de ensaios quando alguns tratamentos comuns são adicionados em todos os blocos de um delineamento em blocos incompletos balanceados (B.I.B.). Pimentel Gomes e Viegas (1978) apresentam um método de análise intrablocos para o caso de reticulados quadrados com um tratamento comum adicionado a todos os blocos. Oliveira e Barbin (1987) consideram um método de análise intrablocos para o caso geral onde c tratamentos comuns são incluídos em todos os blocos de um reticulado quadrado, com i repetições ortogonais repetidas n vezes.

Este trabalho tem como objetivo aperfeiçoar o método de análise de experimentos em reticulado quadrado com alguns tratamentos comuns adicionados em cada bloco, proposto por Oliveira e Barbin (1987). Para se atingir esse objetivo são considerados, na estimação dos efeitos dos tratamentos regulares, tanto os contrastes entre parcelas do mesmo bloco como também os contrastes entre os vários blocos, cujos efeitos são tomados como sendo aleatórios. Nessa análise, conhecida como análise com recuperação da informação interblocos, os dados são mais bem aproveitados e as soluções (intra e interblocos combinadas) dos efeitos dos tratamentos regulares são mais precisas.

MÉTODOS

O delineamento inicial, sem a inclusão dos tratamentos comuns, caracteriza-se pelos seguintes parâmetros: k (número de parcelas por bloco), $v = k^2$

(número de tratamentos, designados aqui de "tratamentos regulares"), b (número de blocos), i (número de repetições ortogonais ou arranjos básicos), n (número de repetições do arranjo básico) e $r = ni$ (número de repetições dos tratamentos). Tem-se ainda o parâmetro λ_{ss^*} ($s, s^* = 1, 2, \dots, v$), que é igual a n , para os tratamentos que aparecem juntos no mesmo bloco (primeiros associados), e igual a zero, para os tratamentos que não aparecem juntos no mesmo bloco (segundos associados).

O delineamento resultante da inclusão de c tratamentos comuns em cada bloco do experimento tem os seguintes parâmetros: $k' = k + c$ (número de parcelas por bloco), $v' = v + c$ (número total de tratamentos), $b' = b$ (número de blocos), $i' = i$ (número de arranjos básicos), $n' = n$ (número de repetições do arranjo básico), r' (número de repetições dos tratamentos) e $\lambda_{uu'}$ (número de blocos onde os tratamentos u e u' ocorrem juntos). Verifica-se que $r' = r$, para os tratamentos regulares; $r' = b$, para os tratamentos comuns; $\lambda_{uu'} = \lambda_{ss^*}$, para os tratamentos regulares s e s^* ; $\lambda_{uu'} = b$, para dois tratamentos comuns e $\lambda_{uu'} = r$, para um tratamento regular e outro comum.

Supõe-se aqui o mesmo modelo matemático adotado por Oliveira e Barbin (1987), mas o efeito de blocos é considerado uma variável aleatória com média zero e variância σ_b^2 .

Sabe-se, da análise intrablocos (Oliveira e Barbin, 1987), que

$$r(k'-1)\bar{t}_s - nS_1(\bar{t}_s) - r \sum_{s'=1}^c t_{s'} = k'Q_s, \quad (1)$$

e que

$$\bar{t}_{s'} = \frac{1}{b}Q_{s'}, \quad (2)$$

onde \bar{t}_s é a solução intrablocos para o efeito do s -ésimo tratamento regular ($s = 1, 2, \dots, v$), $\bar{t}_{s'}$ é a solução para o efeito do s' -ésimo tratamento comum ($s' = 1, 2, \dots, c$), $S_1(\bar{t}_s)$ é a soma dos \bar{t} 's dos tratamentos primeiros associados do s -ésimo tratamento, e Q_s e $Q_{s'}$, são definidos como:

$$Q_s = T_s - \frac{1}{k'}A_s; \quad Q_{s'} = T_{s'} - \frac{G}{k'}, \quad (3)$$

sendo T_s o total das parcelas que contêm o s -ésimo tratamento regular, A_s o total dos blocos que contêm o s -ésimo tratamento regular, $T_{s'}$ o total das parcelas que contêm o s' -ésimo tratamento comum e G o total geral.

Por outro lado, pode-se demonstrar que na análise interblocos tem-se:

$$rt_s^* + nS_1(t_s^*) + r \sum_{s'=1}^c \bar{t}_{s'} = k'Q_s^* \quad (4)$$

onde t_s^* é a solução interblocos para o efeito do s -ésimo tratamento regular, $S_1(t_s^*)$ é a soma dos t 's dos tratamentos primeiros associados do s -ésimo tratamento e

$$Q_s^* = \frac{1}{k'}A_s - \frac{r}{bk'}G \quad (5)$$

Substituindo-se \bar{t}_s , em (1) e (4), pela expressão dada em (2), obtêm-se as equações:

$$k'Q_s + \frac{r}{b} \sum_{s'=1}^c Q_{s'} = r(k' - 1)\bar{t}_s - nS_1(\bar{t}_s) \quad (6)$$

$$k'Q_s^* - \frac{r}{b} \sum_{s'=1}^c Q_{s'} = rt_s^* + nS_1(t_s^*) \quad (7)$$

Se σ e σ_1 são os desvios padrões para as comparações intra e interblocos, respectivamente, demonstra-se que as equações combinadas para a obtenção de soluções para os efeitos dos tratamentos regulares, denotados aqui de \bar{t}_s , dependem de $wQ_s + w'Q_s^*$, onde

$$w = \frac{1}{\sigma^2} \quad (8)$$

$$w' = \frac{1}{\sigma_1^2} = \frac{1}{\sigma^2 + k'\sigma_b^2} \quad (9)$$

Assim, tomando-se $wQ_s + w'Q_s^* = P_s$, resulta que

$$k'P_s + \frac{r(w - w')}{b} \sum_{s'=1}^c Q_{s'}^* = r[(k' - 1)w + w']\bar{t}_s - n(w - w')S_1(\bar{t}_s) \quad (10)$$

Comparando-se (10) com (6) verifica-se que \bar{t}_s pode ser obtido através da correspondente expressão de \bar{t}_s , substituindo-se Q_s por P_s , r/b por $r(w - w')/b$, $r(k' - 1)$ por $r[(k' - 1)w + w']$ e n por $(w - w')n$. Considerando-se esse procedimento no resultado obtido por Oliveira e Barbin (1987), obtêm-se finalmente a solução combinada (intra e interblocos) para os efeitos dos tratamentos regulares.

RESULTADOS

Soluções Para os Efeitos de Tratamentos e Médias Ajustadas

A expressão obtida para o efeito combinado (intra e interblocos) do s -ésimo

mo tratamento regular \bar{e}

$$\bar{t}_s = \frac{k'}{r[(k'-1)w+w']\Delta'} \left\{ \begin{aligned} & [\Delta' - (w-w')B']P_s + (w-w')(A'-B')S_1(P_s) \\ & - \frac{(w-w')}{kk'} (\Delta' - wk'B') \sum_{s=1}^v Q_s \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

$s = 1, 2, \dots, v$, onde

$$\left. \begin{aligned} A' &= w'n^2 ik' + (w-w')A, \\ B' &= (w-w')B, \\ \Delta' &= w[w'r^2 k'^2 + (w-w')\Delta] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

sendo A, B e Δ os mesmos parâmetros usados na análise intrablocos proposta por Oliveira e Barbin (1987), ou seja

$$\left. \begin{aligned} A &= n^2 i(c+i-1), \\ B &= -n^2 i(k-i), \\ \Delta &= n^2 ik'(ik'-k) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Pode-se observar que os valores de A, B e Δ dependem apenas dos parâmetros do delineamento utilizado. Para os reticulados quadrados mais usuais esses valores podem ser obtidos, mais facilmente, através da Tabela 1.

Considerando-se $w' = 0$ em (11) e (12) obtêm-se a estimativa intrablocos (\bar{t}_s), dada por Oliveira e Barbin (1987). Considerando-se $w = 0$ obtêm-se a estimativa interblocos (t_s^*), se ela existe, e tomando-se $w = w'$ obtêm-se o efeito estimado do tratamento regular não ajustado para blocos.

A solução para o efeito do s' -ésimo tratamento comum, na análise com recuperação da informação interblocos, não difere daquela obtida na análise intrablocos, ou seja

$$\bar{t}_{s'} = \bar{t}_s = \frac{1}{b} Q_{s'}, \quad s' = 1, 2, \dots, c \quad (14)$$

As estimativas das médias dos tratamentos, ajustadas para blocos, são obtidas de:

$$\bar{m}_s = \bar{m} + \bar{t}_s = G/(bk') + \bar{t}_s, \quad s = 1, \dots, v, \quad (15)$$

para os tratamentos regulares, e

$$\bar{m}_{c'} = \bar{m}_{c'} = \bar{m} + \bar{t}_{s'} = \frac{T_{s'}}{b}, \quad s' = 1, 2, \dots, c, \quad (16)$$

para os tratamentos comuns.

Variâncias das Estimativas dos Contrastes Entre Duas Médias

São considerados quatro casos:

i) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares primeiros associados (ocorem juntos no mesmo bloco).

$$\text{Var}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = \frac{2k'[\Delta' - (w - w')A']}{r[(k' - 1)w + w']\Delta'} \quad (17)$$

ii) Contraste entre médias de dois tratamentos regulares segundos associados (não ocorrem juntos em nenhum bloco).

$$\text{Var}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = \frac{2k'[\Delta' - (w - w')B']}{r[(k' - 1)w + w']\Delta'} \quad (18)$$

iii) Contraste entre médias de um tratamento regular e outro comum

$$\text{Var}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = \frac{k'}{b[(k' - 1)w + w']w} \left[\bar{w} + \frac{k'kw - 2(w - w')}{k'} - (w - w')w(k - 1)\frac{B'}{\Delta'} \right] \quad (19)$$

iv) Contraste entre dois tratamentos comuns

$$\text{Var}(\bar{m}_{S^*} - \bar{m}_{S^*}) = \frac{2}{wb} \quad (20)$$

Pode-se ainda combinar as variâncias de (i) e (ii) de forma a se obter uma variância média para os dois tipos de contrastes dos tratamentos regulares. Obtêm-se assim:

$$\overline{\text{Var}}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = \frac{2k'}{r[(k' - 1)w + w']} \left\{ 1 - \frac{(w - w')[(k + 1)B' + (A' - B')i]}{\Delta'(k + 1)} \right\} \quad (21)$$

Fazendo-se uma analogia com o procedimento de Cochran e Cox (1957) para os reticulados quadrados clássicos, a quantidade

$$E_r = \frac{k'}{(k' - 1)w + w'} \left\{ 1 - \frac{(w - w')[(k + 1)B' + (A' - B')i]}{\Delta'(k + 1)} \right\} \quad (22)$$

pode ser definida aqui como sendo a variância do resíduo efetivo para as comparações entre tratamentos regulares.

Teste de Significância

Os testes de significância para os efeitos de tratamentos, na análise in trabloços, são feitos de maneira usual, isto é, através do teste F, que é exato. Já para o caso da análise com recuperação da informação interbloços, não há um teste exato para se testar os efeitos dos tratamentos regulares. O teste F, nesse caso, é apenas aproximado, e pode ser definido como $F = (\text{QMTreg. aj.})/E_r$ com $v - 1$ e $bk' - b - v' + 1$ graus de liberdade, onde QMTreg. aj. é obtido a partir das médias dos tratamentos regulares ajustados, ou seja,

$$\text{QMTreg. aj.} = \frac{r}{v-1} \left[\sum_{s=1}^v \bar{m}_s^2 - \frac{(\sum_{s=1}^v \bar{m}_s)^2}{v} \right] \quad (23)$$

Reticulados Quadrados Balanceados

Quando $i = k + 1$, o reticulado quadrado passa a ser um delineamento balanceado. Nesse caso o efeito combinado (intra e interbloços) do s -ésimo tratamento regular é obtido através de

$$\bar{\tau}_s = \frac{k'}{w'rk' + (w - w')(nv + rc)} \left[P_s - \frac{(w - w')(r^2 - nb)}{brk'} \sum_{s=1}^v Q_s \right] \quad (24)$$

Em reticulados balanceados as repetições ortogonais, em geral, não são repetidas ($n=1$). Nesse caso $\bar{\tau}_s$ tem a expressão

$$\bar{\tau}_s = \frac{k'}{w'rk' + (w - w')(v + rc)} \left[P_s - \frac{(w - w')}{bk'} \sum_{s=1}^v Q_s \right] \quad (25)$$

As variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias são

$$\text{Var}(\bar{m}_s - \bar{m}_{s'}) = \frac{2k'}{w(nv + rc) + (r - n)w'} \quad (26)$$

para dois tratamentos regulares, e.

$$\text{Var}(\bar{m}_s - \bar{m}_{s'}) = \frac{k'}{wrc} + \frac{c-1}{wbc} + \frac{(v-1)k'}{v[(nv + rc)w + (r-n)w']} \quad (27)$$

para um tratamento regular e outro comum.

Estimação de w e w'

As quantidades w e w' não são conhecidas, devendo ser estimadas a partir

dos dados experimentais. Isso pode ser feito aproveitando-se a análise intra blocos, mas ajustando-se blocos em vez de tratamentos. Assim, a partir da análise intra blocos, cujo esquema está na Tabela 2, obtêm-se a análise de variância da Tabela 3.

As expressões para as somas de quadrados da Tabela 2, obtidas conforme Oliveira e Barbin (1987), são

$$SQ_{\text{Trat. aj.}} = \sum_{S=1}^V \bar{t}_S Q_S + \sum_{S'=1}^C \bar{t}_{S'} Q_{S'} ; \quad (28)$$

$$SQ_{\text{Treg. aj.}} = \frac{k'}{r(k' - 1)\Delta} \left\{ (\Delta - B) \sum_{S=1}^V Q_S^2 + (A - B) \sum_{S=1}^V Q_S S_1(Q_S) - \frac{1}{k} \frac{\Delta(k + k' - 1)}{kk'} - B \right\} \left(\sum_{S=1}^V Q_S \right)^2 ; \quad (29)$$

$$SQ_{\text{Tcom.}} = \frac{1}{b} \sum_{S'=1}^C T_{S'}^2 - \frac{1}{bc} \left(\sum_{S'=1}^C T_{S'} \right)^2 - \frac{1}{b} \sum_{S'=1}^C Q_{S'}^2 - \frac{1}{bc} \left(\sum_{S'=1}^C Q_{S'} \right)^2 ; \quad (30)$$

$$SQ_{\text{Tipos}} = \frac{1}{bk} \left(\sum_{S=1}^V T_S \right)^2 + \frac{1}{bc} \left(\sum_{S'=1}^C T_{S'} \right)^2 - \frac{G^2}{bk'} = \frac{k'}{rvc} \left(\sum_{S=1}^V Q_S \right)^2 \quad (31)$$

As demais somas de quadrados da análise de variância são calculadas de maneira usual, ou seja:

$$SQ_{\text{Rep.}} = \frac{1}{kk'} \sum_{j=1}^r R_j^2 - \frac{G^2}{bk'} ; \quad SQ_{\text{Bd.}} = \frac{1}{k'} \sum_{h=1}^b B_h^2 - \frac{1}{kk'} \sum_{j=1}^r R_j^2 ;$$

$$SQ_{\text{Total}} = \sum_{u,h} Y_{uh}^2 - \frac{G^2}{bk'} ; \quad SQ_{\text{Resíduo}} = SQ_{\text{Total}} - SQ_{\text{Taj.}} - SQ_{\text{Rep.}} - SQ_{\text{Bd.}} ;$$

onde Y_{uh} é a observação do u -ésimo tratamento no h -ésimo bloco ($u=1,2,\dots,v'$; $h=1,2,\dots,b$), R_j é o total da j -ésima repetição ($j=1,2,\dots,r$) e B_h é o total do h -ésimo bloco.

As estimativas de σ^2 e σ_b^2 , da Tabela 3, são obtidas igualando-se os quadrados médios do resíduo (V_r) e de blocos dentro de repetições ajustados (V_b) às suas respectivas esperanças matemáticas. Finalmente, com base em (8) e (9), obtêm-se as estimativas de w e w' . Assim,

$$\hat{w} = \frac{1}{V_r} ; \quad \hat{w}' = \frac{k'(b - r + 1) - v'}{k'(b - r)V_b - (v' - k')V_r} \quad (32)$$

Exemplo Numérico

Para ilustrar o método de análise proposto, considera-se um experimento com 9 tratamentos regulares em reticulado quadrado duplo, mais dois tratamen

tos comuns (A e B) adicionados aos blocos. Os dados (fictícios) obtidos de Oliveira e Barbin (1987) são apresentados na Tabela 4.

Os parâmetros do reticulado quadrado são:

$$k = 3, v = k^2 = 9, b = 6, i = 2, n = 1, r = ni = 2$$

Com a inclusão dos $c = 2$ tratamentos comuns, em cada bloco do ensaio, tem-se que : $v' = v + c = 11$ e $k' = k + c = 5$.

i) Análise Intrablocos

A análise de variância intrablocos pode ser desenvolvida como auxílio da Tabela 5. Nessa tabela, Q_s ($s = 1, 2, \dots, 9$) e $Q_{s'}$ ($s' = 1, 2$) são determinadas conforme (3), e $S_1(Q_s)$ representa a soma dos Q 's dos tratamentos regulares primeiros associados do s -ésimo tratamento. Por exemplo, para $s = 1$, tem-se

$$S_1(Q_1) = Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_7 = 0,7800.$$

As quantidades A , B e Δ , obtidas conforme (13), são:

$$A = n^2 i(c + i - 1) = 6 ; B = -n^2 i(k - i) = -2 ; \Delta = n^2 ik'(ik' - k) = 70.$$

Conhecidos os parâmetros do delineamento e os valores de Q_s , $Q_{s'}$, A , B e Δ , obtêm-se as soluções intrablocos \bar{t}_s e $\bar{t}_{s'}$. A expressão de \bar{t}_s é dada por (11) tomando-se $w' = 0$, e a de $\bar{t}_{s'}$ é dada por (14). Logo,

$$\bar{t}_s = \frac{1}{14} [9Q_s + S_1(Q_s) + 1,426667] , \quad s = 1, 2, \dots, 9 , \quad e$$

$$\bar{t}_{s'} = \frac{1}{6} Q_{s'} , \quad s' = 1, 2.$$

As médias dos tratamentos regulares, ajustadas para blocos, são obtidas por

$$\bar{m}_s = \bar{t}_s + \frac{1}{6k'} G = \bar{t}_s + 2,53 , \quad s = 1, 2, \dots, 9$$

e as médias dos tratamentos comuns por

$$\bar{m}_{s'} = \bar{t}_{s'} + \frac{1}{6k'} G = \frac{T_{s'}}{D} = \frac{T_{s'}}{6} , \quad s' = 1, 2.$$

A análise de variância intrablocos segue o esquema da Tabela 2, e está apresentada na Tabela 6. As quantidades necessárias para a determinação das várias somas de quadrados são obtidas nas Tabelas 4 e 5.

Tomando-se $w' = 0$ e substituindo-se w por $1/V_r$ em (17), (18), (19), (20) e (21) obtêm-se as estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos. Logo, tem-se:

$$\bar{\text{Var}}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = V_1 = \frac{2k'V_r}{r(k'-1)} \left(1 - \frac{A}{\Delta}\right) = \frac{10(0,1604)}{8} \left(1 - \frac{6}{70}\right) = 0,1833 ,$$

para dois tratamentos regulares primeiros associados;

$$\bar{\text{Var}}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = V_2 = \frac{2k'V_r}{r(k'-1)} \left(1 - \frac{B}{\Delta}\right) = \frac{10(0,1604)}{8} \left(1 + \frac{2}{70}\right) = 0,2062 ,$$

para dois tratamentos regulares segundos associados;

$$\bar{\text{Var}}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = V_3 = \frac{k'V_r}{5(k'-1)} \left[1 + \frac{kk' - 2}{k'} - \frac{(k-1)B}{\Delta}\right] = \frac{5(0,1604)}{24} \left(1 + \frac{186}{70}\right) = 0,1222 ,$$

para um tratamento regular e outro comum;

$$\bar{\text{Var}}(\bar{m}_{S^*} - \bar{m}_{S^*}) = V_4 = \frac{2V_r}{b} = \frac{2(0,1604)}{6} = 0,0535 ,$$

para dois tratamentos comuns.

Para o reticulado quadrado clássico (sem os tratamentos comuns), as estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre médias de dois tratamentos regulares, considerando-se o mesmo V_r do novo delineamento, são:

$$\bar{\text{Var}}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = V'_1 = \frac{2V_r}{r} \left(1 + \frac{1}{k}\right) = \frac{2(0,1604)}{2} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 0,2139 ,$$

para os primeiros associados, e

$$\bar{\text{Var}}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*}) = V'_2 = \frac{2V_r}{r} \left[1 + \frac{i}{k(i-1)}\right] = \frac{2(0,1604)}{2} \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 0,2673 ,$$

para os segundos associados. Logo, as razões entre essas variâncias, considerando-se os dois tipos de delineamentos, são:

$$R_1 = \frac{V'_1}{V_1} = \frac{0,2139}{0,1833} = 1,1669 , \text{ para os primeiros associados, e}$$

$$R_2 = \frac{V'_2}{V_2} = \frac{0,2673}{0,2062} = 1,2963 , \text{ para os segundos associados.}$$

Assim, a inclusão dos tratamentos comuns, em cada bloco do ensaio, proporcionou um aumento de 16,69% na precisão das comparações entre médias de dois tratamentos regulares primeiros associados, e de 29,63% para as comparações entre segundos associados.

ii) Análise Com Recuperação da Informação Interblocos

Para se proceder a análise com recuperação da informação interblocos é necessário estimar w e w' . Isto pode ser feito com o auxílio da Tabela 7, que corresponde à Tabela 3.

O quadrado médio do resíduo $\bar{e} \cdot V_r = 0,1604$ e o quadrado médio de blocos dentro de repetições, ajustado, $\bar{e} V_b = 2,3360$. Portanto, por (31), tem-se:

$$\hat{w} = \frac{1}{V_r} = \frac{1}{0,1604} = 6,2344 ;$$

$$\hat{w}' = \frac{k'(b-r+1) - v'}{k'(b-r)V_b - (v' - k')V_r} = \frac{5(5) - 11}{5(4)(2,3360) - 6(0,1604)} = 0,3060$$

Na Tabela 8 a quantidade P_s , usada na determinação das soluções combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares é $P_s = 6,2344Q_s + 0,3060\hat{Q}_s^*$, onde \hat{Q}_s^* é dado em (5), e $S_1(P_s)$ representa a soma dos P 's dos tratamentos regulares primeiros associados do s -ésimo tratamento.

Os valores de A' , B' e Δ' , obtidos conforme (12), são $A' = 38,6303$; $B' = -11,8569$ e $\Delta' = 2777,9787$.

Com as informações anteriores, e usando-se a expressão em (11), onde w e w' são substituídos por \hat{w} e \hat{w}' , respectivamente, obtêm-se as soluções combinadas (intra e interblocos) dos efeitos dos tratamentos regulares, que são dadas por

$$\bar{t}_s = \frac{1}{93,716802} [9,516088P_s + S_1(P_s) + 8,894431] , \quad s = 1,2,\dots,9.$$

Os valores de \bar{t}_s ($s = 1,2,\dots,9$), assim como a média ajustada para cada tratamento regular, obtida pela adição de \bar{t}_s à média geral, são apresentados na Tabela 8.

As estimativas das variâncias das estimativas das diferenças entre duas médias de tratamentos são obtidas substituindo-se w e w' por \hat{w} e \hat{w}' , respectivamente, nas expressões (17), (18), (19) e (20). Isso resulta em

$\text{Var}(\bar{m}_s - \bar{m}_{s^*}) = 0,1817$, para dois tratamentos regulares primeiros associados;

$\sqrt{\text{Var}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S^*})} = 0,2031$, para dois tratamentos, regulares segundos associados,

$\sqrt{\text{Var}(\bar{m}_S - \bar{m}_{S'})} = 0,1212$, para um tratamento regular e outro comum ;

$\sqrt{\text{Var}(\bar{m}_{S'} - \bar{m}_{S'^*})} = 0,0535$, para dois tratamentos comuns.

Um teste de significância aproximado, para as comparações entre tratamentos regulares, pode ser feito através do teste F, onde $F = (\text{QMTreg. aj.})/E_r$, com 8 e 14 graus de liberdade. Baseando-se em (22) e (23) tem-se que $E_r = 0,1924$ e $\text{QMTreg. aj.} = 0,7454$; logo, $F = 3,87$, que é significativo ao nível de 5% de probabilidade.

REFERÊNCIAS

- COCHRAN, W.G. & COX, G.M. Experimental Designs. John Wiley, Nova York, 1957. 611p.
- FERREIRA, J.G. Análise intrablocos de um experimento em blocos incompletos equilibrados, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos. Piracicaba, ESALQ/USP, 1980. 57p. Dissertação de Mestrado.
- KÄLIN, A. Versuchsanordnungen in unvollständigen Blöcken mit zusätzlichen kontrollbehandlungen in jeden Block. Metrika, 10:182-218, 1966.
- OLIVEIRA, A.C. & BARBIN, D. Experimentos em reticulado quadrado com alguns tratamentos comuns adicionados em cada bloco - Análise intrablocos. Pesq. Agropec. Bras., (no prelo).
- PIMENTEL GOMES, F. & VIEGAS, G.P. Experiments in square lattice with a common treatment in all blocks. Revista de Agricultura, 53:35-43, 1978.

TABELA 1. Parâmetros A , B e Δ para alguns tipos de reticulados quadrados com k^2 tratamentos regulares e c tratamentos comuns adicionados aos blocos.

Tipo de reticulado	Parâmetros		
	A	B	Δ
Simples (duplo)	$2c + 2$	$4 - 2k$	$4c^2 + 6kc + 2k^2$
Triplo	$3c + 6$	$9 - 3k$	$9c^2 + 15kc + 6k^2$
Quádruplo	$4c + 12$	$16 - 4k$	$16c^2 + 28kc + 12k^2$
Simples duplicado	$8c + 8$	$16 - 8k$	$16c^2 + 24kc + 8k^2$
Quíntuplo	$5c + 20$	$25 - 5k$	$28c^2 + 45kc + 20k^2$

TABELA 2. Esquema da análise de variância intrablocos de um ensaio em reticulado quadrado com k^2 tratamentos regulares e c tratamentos comuns.

Causas de variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Tratamentos (ajustados)	$v' - 1$	SQTrat. aj.	$\frac{SQTrat. aj.}{v' - 1}$
Trat. regulares (ajustados)	$v - 1$	SQTreg. aj.	$\frac{SQTreg. aj.}{v - 1}$
Trat. comuns	$c - 1$	SQTcom.	$\frac{SQTcom.}{c - 1}$
Tipos de tratamentos	1	SQTipos	SQTipos
Repetições	$r - 1$	SQRep.	
Blocos/Repetições (não ajust.)	$r(k - 1)$	SQBd.	
Resíduo	$bk' - b - v' + 1$	SQResíduo	$\frac{SQResíduo}{bk' - b - v' + 1}$
Total	$bk' - 1$	SQTotal	

TABELA 3. Tabela auxiliar para a análise de variância com recuperação da informação interblocos.

Causas de Variação	Graus de Liberdade	Somas de Quadrados	Esperanças das Somas de Quadrados
Tratamentos (não ajustados)	$v' - 1$	$\frac{1}{r} \sum_{s=1}^v T_s^2 + \frac{1}{b} \sum_{s'=1}^b T_{s'}^2 - \frac{G^2}{bk'}$	
Repetições	$r - 1$	(da Tabela 2)	
Blocos Dentro Repetições (Ajustados)	$b - r$	(por subtração)	$(b - r)\sigma^2 + (bk' - v' - rk' + k')\sigma_b^2$
Resíduo	$bk' - b - v' + 1$	(da Tabela 2)	$(bk' - b - v' + 1)\sigma^2$
Total	$bk' - 1$	(da Tabela 2)	

TABELA 4. Dados de um experimento fictício para exemplificar a utilização do método proposto. (Os números entre parêntesis indicam os tratamentos regulares e as letras, os comuns).

										1ª Repetição	Totais dos Blocos
(1)	2,0	(2)	3,0	(3)	2,2	(A)	3,0	(B)	3,2	13,4	
(4)	3,9	(5)	2,3	(6)	2,5	(A)	2,8	(B)	2,6	14,1	
(7)	1,4	(8)	1,7	(9)	1,6	(A)	2,0	(B)	2,2	8,9	
Total da repetição										36,4	
										2ª Repetição	
(1)	3,0	(4)	4,4	(7)	3,7	(A)	3,0	(B)	3,2	17,3	
(2)	1,8	(5)	1,9	(8)	2,0	(A)	3,2	(B)	2,8	11,7	
(3)	1,7	(6)	2,9	(9)	1,4	(A)	2,5	(B)	2,0	10,5	
Total da repetição										39,5	

TABELA 5. Tabela auxiliar para a análise de variância intrablocos do experimento fictício.

Tratamentos regulares	T_s	A_s	Q_s	Q_s^2	$S_1(Q_s)$	$Q_s S_1(Q_s)$	$\bar{\epsilon}_s$	\bar{m}_s
1	5,0	30,7	-1,1400	1,2996	0,7800	-0,8892	-0,5752	1,9548
2	4,8	25,1	-0,2200	0,0484	-3,4000	0,7480	-0,2824	2,2476
3	3,9	23,9	-0,8800	0,7744	-1,7600	1,5488	-0,5895	1,9405
4	8,3	31,4	2,0200	4,0804	-1,7600	-3,5552	1,2747	3,8047
5	4,2	25,3	-0,9600	0,9216	1,8600	-1,7856	-0,3824	2,1476
6	5,4	24,6	0,4800	0,2304	-0,7000	-0,3360	0,3605	2,8905
7	5,1	26,2	-0,1400	0,0196	-0,4200	0,0588	-0,0181	2,5119
8	3,7	20,6	-0,4200	0,1764	-2,2000	0,9240	-0,3252	2,2048
9	3,0	19,4	-0,3800	0,7744	-0,9600	0,8448	-0,5324	1,9976
$\sum_{s=1}^V$	43,4		-2,1400	8,3252		-2,4416		
Tratamentos adicionais	$T_{s'}$	G	$Q_{s'}$	$Q_{s'}^2$			$\bar{\epsilon}_{s'}$	$\bar{m}_{s'}$
A	16,5	75,9	1,3200	1,7424			0,2200	2,7500
B	16,0	75,9	0,8200	0,6724			0,1367	2,5667
$\sum_{s'=1}^C$	32,5		2,1400	2,4148				

TABELA 6. Análise da variância intrablocos de um experimento fictício.

Causas da Variação	Graus de Liberdade	Somas de Quadrados	Quadrados Médios	F
Repetições	1	0,3203	0,3203	
Blocos d. Repetições	4	8,4547	2,1137	
Tratamentos (ajustados)	10	5,3619	0,5362	3,34*
Tipos de tratamentos	1	0,6361	0,6361	3,96
Trat. regulares (ajustados)	8	4,7050	0,5881	3,66*
Trat. comuns	1	0,0208	0,0208	< 1,00
Resíduo	14	2,2461	0,1604	
Total	29	21,7449		

* Significativo ao nível de 5% de probabilidade.

TABELA 7. Tabela auxiliar para a análise de variância com recuperação da informação interblocos.

Causas de Variação	Graus de Liberdade	Somas de Quadrados	Esperanças das Somas de Quadrados
Tratamentos (não ajustados)	10	9,8347	
Repetições	1	0,3203	
Blocos de Repetições (ajustadas)	4	9,3438	$4\sigma^2 + 14\sigma_b^2$
Resíduo	14	2,2461	$14\sigma^2$
Total	29	21,7449	

TABELA 8. Valores de \hat{Q}_S^* , P_S , $S_1(P_S)$, soluções combinadas (intra e interblo-
cos) dos efeitos e médias ajustadas dos tratamentos regulares.

Tratamentos Regulares	\hat{Q}_S^*	P_S	$S_1(P_S)$	\bar{t}_S	\bar{m}_S
1	1,0800	-6,7768	5,1933	-0,5378	1,9922
2	-0,0400	-1,3838	-21,2093	-0,2719	2,2581
3	-0,2800	-5,5720	-11,0582	-0,5889	1,9411
4	1,2200	12,9668	-10,5992	1,2985	3,8285
5	0,1000	-5,9544	11,6266	-0,3856	2,1444
6	-0,1400	2,9497	- 4,4069	0,3474	2,8774
7	0,1800	-0,8177	- 2,5634	-0,0155	2,5145
8	-0,9400	-2,9061	-14,0032	-0,3496	2,1804
9	-1,1800	-5,8473	- 6,3461	-0,5665	1,9635